CONTINGUTS PER LES PROVES EXTRAORDINÀRIES

MATÈRIA	MATEMÀTIQUES	CURS
ALUMNE		4 ESO

Tema 1: Els nombres reals:

- El conjunt dels nombres reals.
- Operacions amb radicals
- Racionalització

Tema 2: Polinomis

- Operacions amb polinomis
- Valor numèric d'un polinomi. Teorema del residu
- Arrels d'un polinomi
- Factorització de polinomis
- Fraccions algebraiques. Operacions

Tema 3: Equacions, inequacions i sistemes

- Equacions de segon grau
- Equacions biquadrades
- Equacions amb fraccions algebraiques
- Equacions irracionals
- Inequacions de primer grau
- Sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites
- Sistemes d'equacions no lineals
- Sistemes d'inequacions lineals amb una incògnita
- Sistemes d'inequacions lineals amb dues incògnita
- Resolució algebraica de problemes

Tema 4: Semblança

- Teorema de Tales
- Figures semblants
- Semblança de triangles

- Semblança de triangles rectangles
- Relació entre àrees i volums de cossos semblants

Tema 5: Trigonometria

- Mesura i tipus d'angles
- Raons trigonomètriques en un triangle rectangle Raons
- trigonomètriques d'alguns angles
- Raons trigonomètriques d'un angle qualsevol Relacions
- entre les raons trigonomètriques
- Reducció de les raons trigonomètriques de qualsevol angle a les del primer quadrant. El
- triangle i les relacions entre els seus elements
- Aplicacions de la trigonometria

Tema 6: Geometria analítica

- Vectors en el pla
- Operacions amb vectors
- Equacions de la recta
- Posicions relatives de dues rectes
- Relacions mètriques
- Vectors i rectes perpendiculars

Tema 7: Estudi de funcions

- Progressions aritmètiques i geomètriques.
- Terme general d'una successió.
- Monotonia i fites.
- Càlcul del límit d'una successió.

Tema 8: Estudi de funcions

- Característiques globals de les funcions (domini, recorregut, punts de tall, creixement i decreixement, màxims i mínims, continuïtat)

La qualificació de la matèria és la mitjana ponderada de la **FEINA D'ESTIU (30%) + LA PROVA ESCRITA (70%)**. Cadascun dels dos es qualifica amb una puntuació entre 0 i 10 punts.

Per a fer la mitjana és imprescindible tenir una qualificació igual o superior a 6 punts en la FEINA D'ESTIU i una qualificació de 4 o més punts en la PROVA ESCRITA.

MATEMÀTIQUES

Feines d'estiu (ESO)

Col·legi Maristes Champagnat

Una visió global de les tasques a fer

TASCA 1. Abans de començar…

TASCA 2. Planifico la feina.

TASCA 3. Em poso mans a l'obra!

TASCA 4. Reviso la feina feta.

TASCA 0. Penso i reflexiono.

L'anomenada "tasca 0" no és pròpiament una tasca sinó l'eina que utilitzarem durant l'estiu per anar deixant constància de la feina feta i del procés de treball.

TASCA 1. Abans de començar…

PER QUÈ?

Abans de començar a fer les feines d'estiu és molt important dedicar un temps a revisar la feina feta durant el curs. Cal que siguis conscient d'allò que saps i d'allò que no saps per tal de planificar la feina d'estiu de forma efectiva.

OBJECTIU

Aquesta tasca té com a objectiu identificar quins aspectes de la matèria de matemàtiques creus que has après durant aquest curs i quins aspectes creus que necessites reforçar més. És fonamental fer aquest exercici abans de començar.

COM?

De cadascun dels temes a treballar durant l'estiu, fes una lectura dels continguts teòrics que trobaràs resumits a l'apartat *Idees clares* i revisa, també, les proves escrites que has fet durant el curs.

A continuació, respon les següents qüestions:

- De cada tema del curs, quins aspectes tens consciència d'haver après?
- Quins aspectes concrets creus que no has après i necessites reforçar?
- Quines creus que són les causes de no haver superat el curs?
- Si haguessis de tornar a començar el curs, què canviaries del que has fet?

RESULTAT

El resultat d'aquesta feina ha de quedar recollit al teu *Diari d'aprenentatge*.

TASCA 2. Planifico la feina.

PER QUÈ? De la mateixa manera que abans de fer un viatge dediquem un temps a informar-nos dels llocs que trobarem, a buscar on dormirem, a comprar els bitllets i a preparar la ruta que seguirem, abans de començar a fer les feines d'estiu és molt important dedicar un temps a planificar les tasques a fer.

OBJECTIU L'objectiu d'aquesta tasca és elaborar un pla de treball on es concretin tots els aspectes a tenir en compte en una bona planificació. Et serà de molta ajuda consultar la tasca número 3 per saber quines són les feines concretes a fer.

COM? Cal elaborar un calendari de treball dels mesos de juliol i agost on quedin detallats els següents aspectes:

- Quantes hores al dia/setmana dedicaràs a fer la feina?
- Quins dies de la setmana treballaràs?
- Quan treballaràs cada unitat didàctica?
- Qui i quan et revisarà la feina que vas fent durant l'estiu?
- Quins dies realitzaràs les tres proves escrites que et proposem?

RESULTAT El pla de treball detallat que obtindràs com a resultat d'aquesta feina ha de quedar recollit al teu *Diari d'aprenentatge*.

TASCA 3. Em poso mans a l'obra!

PER QUÈ? De cara assolir tots els continguts i els procediments treballats durant el curs i per tal de preparar-se de la millor manera possible de cara a la matèria de matemàtiques del curs vinent, és fonamental treballar amb constància i tenacitat durant aquest estiu.

OBJECTIU L'objectiu d'aquesta tasca és treballar amb regularitat durant l'estiu els continguts i els procediments més importants del curs de cara a continuar amb normalitat l'aprenentatge de les matemàtiques al curs vinent.

COM? El treball de cada unitat ha de seguir el següent esquema:

- Fer una lectura detallada de l'apartat "Idees clares" de cada unitat didàctica.
- Resoldre el test matemàtic, l'avaluació o les activitats de reforç de cada unitat.
- Fer les correccions a partir de les solucions.
- Tornar a revisar l'apartat "Idees clares" per veure quines has assolit i quines no. Què faràs per reforçar els aspectes no assolits?
- Fer la prova trimestral i corregir-la.

RESULTAT De cada unitat didàctica, al *Diari d'aprenentatge* cal anar incorporant els tests i avaluacions fetes i corregides. També caldrà explicar quins aspectes de les "Idees clares" has assimilat, quins no i què t'has proposat fer per reforçar-los.
Un altre aspecte a afegir al *Diari d'aprenentatge* són les proves trimestrals resoltes i la seva correcció. Pots completar el teu diari amb imatges del teu treball durant l'estiu que creus que són significatives.

TASCA 4. Reviso la feina feta.

PER QUÈ? De cara assolir tots els continguts i els procediments treballats durant el curs i per tal de preparar-se de la millor manera possible de cara a la matèria de matemàtiques del curs vinent, és fonamental treballar amb constància i tenacitat durant aquest estiu.

OBJECTIU L'objectiu d'aquesta tasca és fer una valoració final de la feina feta durant l'estiu. Vas fer una bona planificació? Has seguit el teu pla de treball? Creus que ha valgut la pena l'esforç realitzat? Et sents més preparat per encarar el proper curs?

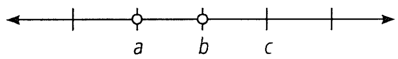
COM? Cal elaborar un text de valoració final on es donin resposta a les següents qüestions:

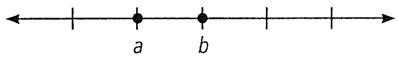
- Has seguit la planificació feta a l'inici de l'estiu? L'has modificat?
- Després de tot el treball fet, quins aspectes et queden per assolir?
- Què faràs per assolir-los abans del començament del curs vinent?
- Com encares l'aprenentatge de les matemàtiques del curs vinent?
- Com et planificaràs el curs vinent en relació a l'estudi de les matemàtiques?

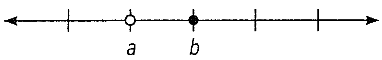
RESULTAT Al *Diari d'aprenentatge* cal afegir un text de valoració final on es donin resposta detallada a totes les qüestions anteriors. L'última feina a fer és dissenyar una portada original i creativa per al teu *Diari d'aprenentatge* que simbolitzi la feina feta durant tot l'estiu.

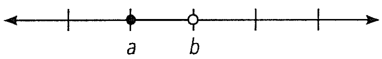
IDEES CLARES

IDEES CLARES

<table>
<tr><td>Els nombres reals</td><td>• Els nombres racionals i els irracionals formen un conjunt únic que es denomina conjunt dels nombres reals, $\mathbb{R}$, per la qual cosa:
$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$</td><td>$\mathbb{Q} = \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, -\frac{5}{3}, 0,\widehat{4}...$
$\mathbb{I} = \sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi, \phi, e...$</td></tr>
<tr><td>Intervals</td><td colspan="2">• Un interval de la recta real d'extrems a i b, amb $a <$ és el conjunt de nombres reals comprès entre aquests nombres, anomenats extrems de l'interval. Els intervals poden ser:
Oberts: $(a, b) = \{x/x \in \mathbb{R}\ a < x < b\}$


$(a, b) = x/x \in \mathbb{R}\ a < x < b$
Tancats: $[a, b] = \{x/x \in \mathbb{R}\ a \leq x \leq b\}$


$[a, b] = x/x \in \mathbb{R}\ a \leq x \leq b$
Semioberts: $(a, b] = \{x/x \in \mathbb{R}\ a < x \leq b\}$


$(a, b] = x/x \in \mathbb{R}\ a < x \leq b$
Semitancats: $[a, b) = \{x/x \in \mathbb{R}\ a \leq x < b\}$


$[a, b) = x/x \in \mathbb{R}\ a \leq x < b$</td></tr>
<tr><td>Radicals</td><td colspan="2">• L'arrel enèsima d'un nombre real a és un altre nombre b que, elevat a la potència n, dóna com a resultat el radicand:
$\sqrt[n]{a} = a \Leftrightarrow b^n = a$</td></tr>
<tr><td>Operacions amb radicals</td><td colspan="2">• La suma i la resta de radicals només es poden efectuar si els radicals són semblants; és a dir, si tenen el mateix índex i el mateix radicand.
• La multiplicació de radicals amb el mateix índex dóna com a resultat un altre radical d'igual índex i com a radicand el producte dels radicands:
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
• El quocient de dos radicals del mateix índex és un altre radical amb el mateix índex i com a radicand el quocient dels radicands:
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
• Si els radicals tenen diferent índex, els hem de reduir prèviament a índex comú, trobant el mínim comú múltiple de tots els índexs tal com es procedeix per trobar radicals equivalents.
• Per elevar un radical a una potència s'eleva el radicand a aquesta potència:
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
• L'arrel d'un radical és un altre radical l'índex del qual és el producte dels índexs:
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$</td></tr>
<tr><td>Racionalització</td><td colspan="2">• La racionalització consisteix a eliminar les arrels del numerador d'una fracció.</td></tr>
<tr><td>Notació científica. Operacions</td><td colspan="2">• Els nombres escrits en notació científica consten d'una part entera diferent de 0 amb una sola xifra significativa (a), una part decimal (bc) i una potència de base 10 d'exponent enter (10^n): $a,bc \cdot 10^n$</td></tr>
</table>

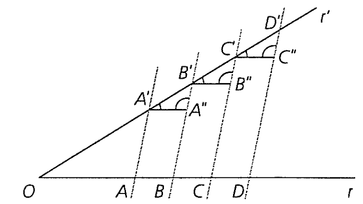
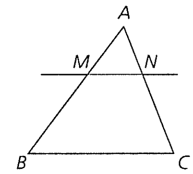
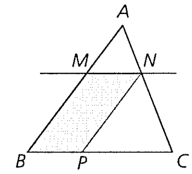
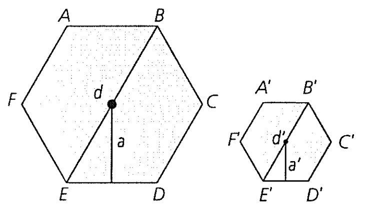
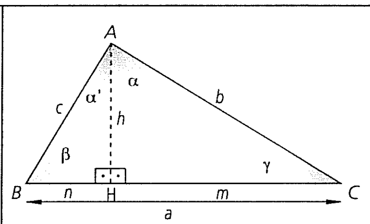
IDEES CLARES

Addició, subtracció i multiplicació de polinomis	• Per sumar polinomis, s'agrupen els monomis semblants i s'efectua l'operació corresponent. • Per restar dos polinomis, se suma el primer amb l'oposat del segon. • Per multiplicar dos polinomis, es multipliquen cadascun dels termes del primer per cadascun dels termes del segon, i s'agrupen i s'operen termes semblants.
Divisió de polinomis. Regla de Ruffini	• En la divisió de dos polinomis $A(x)$ i $B(x)$ es verifica que: Dividend = Divisor · Quocient + Residu $\Rightarrow A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$ • La regla de Ruffini és un algorisme que permet conèixer de manera fàcil i ràpida els coeficients del polinomi quocient i el residu. Només es pot aplicar quan el divisor és un polinomi de la forma $x - a$.
Valor numèric d'un polinomi. Teorema del residu	• El valor numèric d'un polinomi és el resultat que s'obté en substituir la variable per un nombre i operar. El valor numèric del polinomi $A(x) = 13x^5 + 8x^2 - 3$ per $x = 2$ és: $A(2) = 13 \cdot 2^5 + 8 \cdot 2^2 - 3 = 13 \cdot 32 + 8 \cdot 4 - 3 = 416 + 32 - 3 = 445$ • El teorema del residu ens permet trobar el residu de la divisió d'un polinomi entre $x - a$, sense necessitat de fer-la. El residu és igual al valor numèric d'aquest polinomi per $x = a$. El residu de dividir $A(x) = 13x^5 + 8x^2 - 3$ entre $x - 2$ és $A(2) = 445$.
Arrels d'un polinomi. Teorema del factor	• S'anomenen arrels d'un polinomi $P(x)$ els valors de x per als quals el valor numèric del polinomi és 0; és a dir, $P(x) = 0$. $x = -3$ és una arrel del polinomi $P(x) = x^2 - x - 12$, perquè $P(-3) = 0$. • En un polinomi amb coeficients enters les arrels enteres són divisors del terme independent. • El teorema del factor estableix que un polinomi té com a factor $x - a$ si el valor numèric d'aquest polinomi per $x = a$ és 0. Un factor del polinomi $P(x) = x^2 - x - 12$ és $x + 3$ perquè $P(-3) = 0$.
Factorització de polinomis	• La descomposició factorial o factorització d'un polinomi és l'expressió d'aquest polinomi com a producte de monomis o de polinomis de grau menor i irreductibles. • Un polinomi de grau n amb coeficient principal a i amb arrels $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots x_n$, té la factorització següent: $P(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot \dots \cdot (x - x_n)$
Fraccions algebraiques	• S'anomena fracció algebraica el quocient indicat de dues expressions algebraiques. • Dues fraccions algebraiques són equivalents si tenen el mateix valor numèric per a tots els valors que no anul·len el denominador. • Per simplificar fraccions algebraiques es procedeix de la manera següent: — Es fa la descomposició factorial dels polinomis (utilitzant les igualtats notables, traient factor comú, buscant les arrels del polinomi). — Se simplifiquen tots els factors comuns. $\frac{x^5 - 9x^3}{x^4 - 7x^3 + 15x^2 - 9x} = \frac{\cancel{x} \cdot x^2 \cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{x}(x-1)\cancel{(x-3)}(x-3)} = \frac{x^2(x+3)}{(x-1)(x-3)}$
Operacions amb fraccions algebraiques	• Per sumar o restar fraccions algebraiques cal reduir-les a denominador comú i, després, sumar o restar les fraccions que en resulten. • Per multiplicar fraccions algebraiques es multipliquen els numeradors i els denominadors. • Per dividir dues fraccions algebraiques es multiplica la primera fracció per la inversa de la segona.

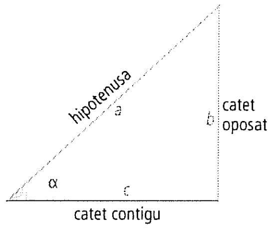
IDEES CLARES

Equacions de segon grau	• L'expressió general d'una equació de segon grau és: $ax^2 + bx + c = 0$, on a, b i c són nombres reals i $a \neq 0$. • Les solucions són: $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ • La suma i el producte de les seves solucions compleixen que: $s = -\dfrac{b}{a}$, $p = \dfrac{c}{a}$. • La forma canònica per a l'equació de segon grau és: $x^2 - sx + p = 0$.
Equacions biquadrades	• L'expressió general d'una equació biquadrada és: $ax^4 + bx^2 + c = 0$. • Les solucions s'obtenen després de fer el canvi $x^2 = t$.
Equacions amb fraccions algebraiques	• Aquestes equacions contenen fraccions algebraiques. • Per resoldre-les cal eliminar els denominadors, reduint-les a comú denominador amb el seu m. c. m.
Equacions irracionals	• En aquestes equacions la incògnita apareix dins d'alguna arrel. • Per resoldre-les s'aïlla l'arrel en un membre i s'eleven al quadrat els dos membres de l'equació.
Inequacions	• Una inequació és una desigualtat entre expressions algebraiques. • Els signes de desigualtat són: $<$: més petit $>$: més gran $\leq$: més petit o igual $\geq$: més gran o igual • En resoldre una inequació s'han de tenir en compte els principis d'equivalència següents: — Si intercanviem tots els termes d'una inequació, se'n modifica el sentit. — Si sumem o restem un mateix nombre en els dos membres d'una inequació, la inequació resultant és equivalent a la primera, per la qual cosa no canvia el sentit de la desigualtat. — Si multipliquem o dividim tots els termes d'una inequació per una quantitat positiva, no s'altera el sentit de la desigualtat. — Si multipliquem o dividim tots els termes d'una inequació per una quantitat negativa, canviem el sentit de la desigualtat. • Les solucions de les inequacions són intervals.
Inequacions de primer grau amb dues incògnites	• L'expressió general d'una inequació de primer grau amb dues incògnites és: $ax + by > 0$ • La solució és un semiplà dins del pla afí.
Sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites	• Consten de dues equacions de primer grau amb dues incògnites que s'han de verificar alhora. • Hi ha tres mètodes de resolució: reducció, igualació i substitució.
Sistemes d'equacions no lineals	• No hi ha un mètode general per resoldre els sistemes d'equacions no lineals, si bé el que resulta més còmode és el de substitució.
Sistemes d'inequacions	• Per resoldre'ls, hem de resoldre cada inequació per separat i després intersecar les solucions. • En el cas que hi hagi dues incògnites, la resolució s'obté gràficament: es representen els semiplans corresponents a cada inequació i es determina el recinte originat per la intersecció dels dos semiplans.

IDEES CLARES

Teorema de Tales	• Els segments determinats per rectes paral·leles en dues rectes concurrents o que es tallen són proporcionals. • Conseqüències del teorema de Tales: — Si diverses rectes paral·leles determinen segments iguals sobre una recta r, determinen també segments iguals sobre qualsevol altra recta r' que tallin. — Tota paral·lela a un costat d'un triangle determina amb els altres dos un nou triangle els costats del qual són proporcionals als del primer.	  
Figures semblants	• Tenen la mateixa forma, però diferent grandària. • Dos polígons amb el mateix nombre de costats són semblants quan els seus costats homòlegs són proporcionals i els seus angles corresponents són iguals.	
Semblança de triangles	Segons el teorema fonamental de la semblança de triangles, en traçar una paral·lela a un costat d'un triangle s'obté un altre triangle que és semblant al primer. • Dos triangles són semblants si tenen els tres costats proporcionals: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$ • Dos triangles són semblants si tenen dos angles iguals: $\hat{B} = \hat{B}'$ i $\hat{C} = \hat{C}'$ • Dos triangles són semblants si tenen dos costats proporcionals i l'angle comprès entre ells és igual: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$ i $\hat{B} = \hat{B}'$	
Semblança de triangles rectangles	Dos triangles rectangles són semblants si tenen, almenys, un angle igual. • Teorema del catet: $h^2 = m \cdot n$ • Teorema de l'altura: $c^2 = a \cdot n$	
Relació entre àrees i volums de cossos semblants	• La raó o quocient entre les àrees de dos polígons semblants és igual al quadrat de la raó de semblança: $\frac{A}{A'} = k^2$ • La raó entre els volums de dos poliedres semblants és igual al cub de la raó de semblança: $\frac{V}{V'} = k^3$	

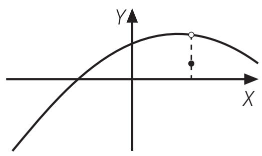
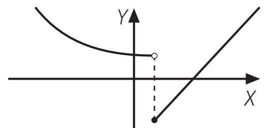
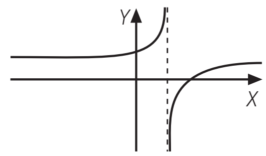
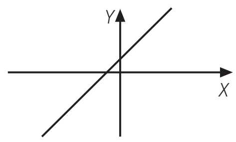
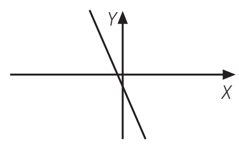
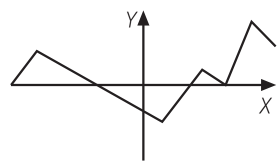
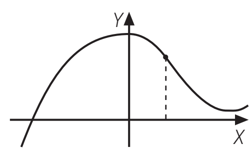
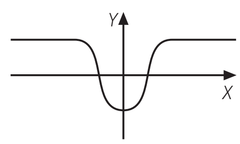
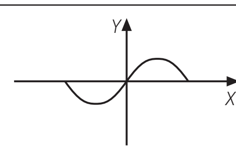
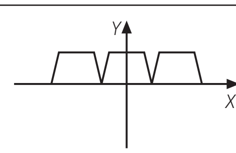
IDEES CLARES

Mesura d'angles: el radiant	• El **radiant (rad)** és l'angle determinat per un arc de circumferència la longitud del qual coincideix amb el radi. $360^\circ = 2\pi$ rad $1^\circ = 0{,}01745$ rad 1 rad = $57{,}29^\circ = 57^\circ\ 17'\ 45''$
Raons trigonomètriques en un triangle rectangle	• Les raons trigonomètriques són directes i inverses: **Raons directes** — **Raons inverses** $\sin\alpha = \dfrac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$ $\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{catet oposat}} = \dfrac{1}{\sin\alpha}$ $\cos\alpha = \dfrac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}}$ $\sec\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{catet contigu}} = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\text{cotg}\,\alpha = \dfrac{\text{catet contigu}}{\text{catet oposat}} = \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha}$ • El sinus i el cosinus d'un angle agut sempre estan compresos entre 0 i 1: $0 \le \sin\alpha \le 1$ $0 \le \cos\alpha \le 1$ 
Raons trigonomètriques d'alguns angles	• Angle de 30°: $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$ $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{tg}\,30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ • Angle de 60°: $\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$ $\text{tg}\,60^\circ = \sqrt{3}$ • Angle de 45°: $\sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\text{tg}\,45^\circ = 1$
Raons trigonomètriques d'un angle qualsevol	**Primer quadrant**: $\sin\alpha$: +, $\cos\alpha$: +, $\text{tg}\,\alpha$: + **Segon quadrant**: $\sin\beta$: +, $\cos\beta$: –, $\text{tg}\,\beta$: – **Tercer quadrant**: $\sin\gamma$: –, $\cos\gamma$: –, $\text{tg}\,\gamma$: + **Quart quadrant**: $\sin\delta$: –, $\cos\delta$: +, $\text{tg}\,\delta$: –
Relacions entre les raons trigonomètriques	• El producte d'una raó trigonomètrica per la seva inversa sempre és igual a la unitat. $\sin\alpha \cdot \text{cosec}\,\alpha = 1$ $\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$ $\text{tg}\,\alpha \cdot \text{cotg}\,\alpha = 1$ • La suma dels quadrats del sinus i del cosinus d'un angle és igual a 1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ D'aquesta equació s'obtenen, dividint entre el $\sin^2\alpha$ i el $\cos^2\alpha$, respectivament: $1 + \text{cotg}^2\,\alpha = \text{cosec}^2\,\alpha$ $\text{tg}^2\,\alpha + 1 = \sec^2\alpha$
Reducció de les raons trigonomètriques de qualsevol angle a les del primer quadrant	**Angles suplementaris** $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$ $\text{tg}\,(180^\circ - \alpha) = -\text{tg}\,\alpha$ **Angles que difereixen 180°** $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$ $\text{tg}\,(180^\circ + \alpha) = \text{tg}\,\alpha$ **Angles oposats** $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\text{tg}\,(-\alpha) = -\text{tg}\,\alpha$ **Angles complementaris** $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ $\text{tg}\,(90^\circ - \alpha) = \text{cotg}\,\alpha$

IDEES CLARES

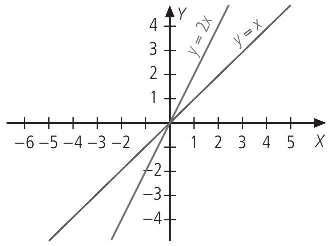
Vectors en el pla	• Un vector $\overrightarrow{AB}$ és un segment orientat amb origen en el punt A i extrem en el punt B. Els seus elements són: — Mòdul: longitud del segment $\overline{AB}$. $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ — Direcció: coincideix amb la direcció de la recta que el conté. — Sentit: és el determinat per l'orientació de A cap a B. • Dos vectors són equipol·lents si tenen el mateix mòdul, la mateixa direcció i el mateix sentit. Cada subconjunt originat per aquesta relació d'equipol·lència s'anomena vector lliure.
Sistemes de referència	• Un sistema de referència en un pla afí és el conjunt $\{O, \vec{u}_1, \vec{u}_2\}$, en què O és un punt anomenat origen de coordenades i $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_2$ són dos vectors no nuls i no paral·lels.
Operacions amb vectors	• Addició de vectors: $\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$ • Subtracció de vectors: $\vec{u} - \vec{v} = (u_1, u_2) - (v_1, v_2) = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$ • Multiplicació d'un nombre per un vector: $a \cdot \vec{u} = a \cdot (u_1, u_2) = (a \cdot u_1, a \cdot u_2)$ • Producte escalar de dos vectors: resulta de multiplicar els mòduls d'aquests vectors pel cosinus de l'angle que formen: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ $\quad \vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$ • Dos vectors $\vec{u} = (u_1, u_2)$, $\vec{v} = (v_1, v_2)$ són iguals si: $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$ • Les coordenades del vector d'origen A i extrem B són: $\overrightarrow{AB} = (B) - (A) = (x_2, y_2) - (x_1, y_1) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$
Bases de l'espai vectorial	• Una base està formada per dos vectors no nuls i no paral·lels. • La base canònica $B_c = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ la formen els vectors del sistema de referència. • Les coordenades cartesianes d'un vector $\vec{u}$ respecte de la base $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ són l'únic parell de nombres (x, y) tal que: $\vec{u} = x \cdot \vec{u}_1 + y \cdot \vec{u}_2$
Equacions de la recta	Vectorial — Paramètriques — Contínua — General o implícita $(x, y) = (a, b) + k \cdot (u_1, u_2) \Rightarrow \begin{cases} x = a + k\,u_1 \\ y = b + k\,u_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x-a}{u_1} = \dfrac{y-b}{u_2} \Rightarrow Ax + By + C = 0 \Rightarrow$ Explícita — Punt-pendent $\Rightarrow y = mx + n \Rightarrow y - y_o = m\,(x - x_o)$
Posicions relatives de dues rectes	• Dues rectes són secants si el sistema que formen és compatible determinat; $m \neq m'$ o $\dfrac{A}{A'} \neq \dfrac{B}{B'}$.
	• Dues rectes són paral·leles si el sistema que formen és incompatible; $m = m'$ i $n \neq n'$ o $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} \neq \dfrac{C}{C'}$.
	• Dues rectes són coincidents si el sistema que formen és compatible indeterminat; $m = m'$ i $n = n'$ o $\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} \neq \dfrac{C}{C'}$.
Relacions mètriques	• Distància entre dos punts: $d\,(P, Q) = \lvert\overrightarrow{PQ'}\rvert = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ • Coordenades del punt mitjà d'un segment: $x_m = \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2)$; $y_m = \dfrac{1}{2}(y_1 + y_2)$
Feixos de rectes	• Feix de rectes paral·leles a una recta $Ax + By + C = 0 \Rightarrow Ax + By + k = 0$ • Feix de rectes secants que passa pel punt $P(x_o, y_o) \Rightarrow y - y_o = m \cdot (x - x_o)$

IDEES CLARES

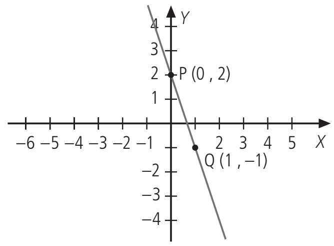
Domini i recorregut	• El domini és el conjunt de valors que pren la variable independent. • El recorregut és el conjunt de valors que pren la variable depenent.	
Punts de tall amb els eixos	• Amb l'eix d'abscisses, els punts de tall s'obtenen amb l'equació $f(x) = 0$. • Amb l'eix d'ordenades l'únic punt de tall és $[0, f(0)]$.	
Continuïtat	• Una funció és contínua si la gràfica es dibuixa d'un sol traç. En cas contrari, és discontínua. Existeixen tres tipus de discontinuïtats:  Evitable  De salt finit  De salt infinit	
Creixement	• Una funció és creixent si: $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$  • Una funció és decreixent si: $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$ 	
Punts extrems	• $x = a$ és un màxim relatiu si $f(a) \geq f(x)$ en un entorn de a per a tot x del domini. • $x = a$ és un mínim relatiu si $f(a) \leq f(x)$ en un entorn de a per a tot x del domini. • El màxim absolut és el més gran dels màxims relatius. • El mínim absolut és el més petit dels mínims relatius.	
Curvatura i punts d'inflexió	• Una funció és còncava si el segment que uneix dos punts qualssevol queda per sobre de la gràfica de la funció. En cas contrari, és convexa. • En un punt d'inflexió, la funció varia la seva curvatura, de còncava a convexa o a l'inrevés.	
Simetria	• Una funció és parella si $f(-x) = f(x)$. És simètrica respecte de l'eix d'ordenades. • Una funció és imparella si $f(-x) = -f(x)$. És simètrica respecte de l'origen de coordenades.	 
Periodicitat	• Una funció és periòdica de període T si: $f(x + T) = f(x)$	
Operacions amb funcions	• Addició de funcions: $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ • Subtracció de funcions: $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ • Multiplicació de funcions: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ • Divisió de funcions: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ • Composició de funcions: $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ • Funció inversa: $(f^{-1})(y) = x$	

IDEES CLARES

Funció lineal: $y = mx$

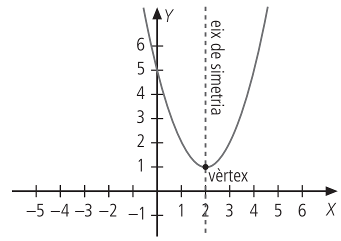


Funció afí: $y = mx + n$



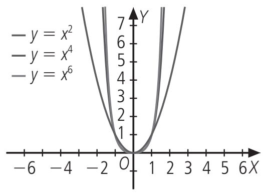
Funció quadràtica

$y = ax^2 + bx + c$



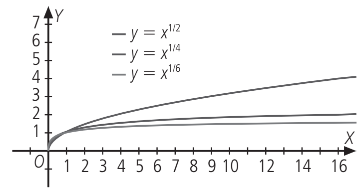
Funció $y = x^n$

$n > 0$ i parell

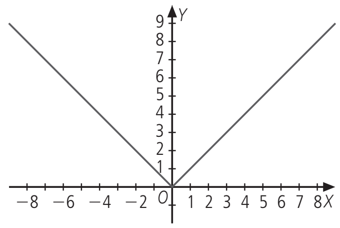


Funció $y = \sqrt[n]{x}$

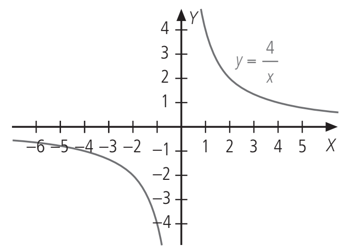
$n > 0$ i parell



Funció valor absolut $y = |x|$

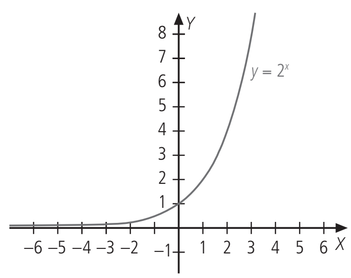


Funció de proporcionalitat inversa: $y = \dfrac{k}{x}$



Funció exponencial: $y = a^x$

$a > 1$



Activitats

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) El conjunt dels nombres reals conté el dels nombres enters i el dels nombres racionals.

b) El conjunt dels nombres racionals conté el dels nombres enters i el dels nombres reals.

c) El conjunt dels nombres reals conté el dels nombres enters, però no conté el conjunt dels nombres irracionals.

d) El conjunt dels nombres reals conté tots els nombres coneguts.

2. L'expressió $4 < x \leq 10$ representa l'interval:

a) $[4, 10]$ *b)* $(4, 10)$ *c)* $[4, 10)$ *d)* $(4, 10]$

3. La solució del radical $\sqrt[3]{-64}$ és:

a) ± 4 *b)* 4^3 *c)* 4 *d)* -4

4. Indica quina de les expressions següents és incorrecta:

a) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[\frac{n}{k}]{a^{\frac{m}{k}}}$

b) $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$

d) $\frac{1}{b^{\frac{1}{n}}} = b^{-n}$

5. El resultat de racionalitzar l'expressió $\frac{4}{2 + \sqrt{5}}$ és:

a) $1 + 4 \cdot \sqrt{5}$

b) $4\sqrt{5} - 8$

c) $4\sqrt{5} + 8$

d) $1 - 4 \cdot \sqrt{5}$

6. Indica quina de les afirmacions següents és correcta:

a) Si l'índex d'una arrel és parell i el radicand és negatiu, l'arrel no té solució.

b) Si l'índex d'una arrel és parell i el radicand és negatiu, les solucions de l'arrel no pertanyen al conjunt dels nombres reals.

c) Si l'índex d'una arrel és imparell i el radicand és positiu, l'arrel no té solució.

d) Si l'índex d'una arrel és parell i el radicand és negatiu, l'arrel té una solució negativa.

7. El resultat d'operar $\sqrt{75a^2b^8} : \sqrt{27a^4(b^3)^2}$ és:

a) $\sqrt{75 \cdot 27\ a^6b^{14}}$

b) $a \cdot b\sqrt{3}$

c) $\frac{5b}{3a}$

d) $\sqrt{75 : 27 \cdot a^{-2}b^2}$

Alumne/a | Data

AVALUACIÓ

1. Efectua les operacions següents i expressa el resultat en forma de potència:

a) $5\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} + 7\sqrt[3]{2} =$

b) $11\sqrt{5} + 3\sqrt{25} - \sqrt{5} =$

c) $\sqrt{\dfrac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{2}{7}} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{2}{7}} =$

d) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} =$

e) $\dfrac{\sqrt[7]{5}}{\sqrt[4]{5}} =$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{50}}{\sqrt[3]{2}} =$

2. Simplifica:

a) $\dfrac{5}{7}\sqrt{\dfrac{7}{5}} =$

b) $\dfrac{2}{5}\sqrt{\dfrac{15}{2}} =$

c) $\dfrac{3}{2ab}\sqrt{\dfrac{2ac}{b}} =$

3. Racionalitza aquests denominadors i simplifica si és possible:

a) $\dfrac{3}{5\sqrt{7}} =$

b) $2 + \dfrac{5}{\sqrt[3]{3}} =$

c) $\dfrac{\sqrt{8}}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}} =$

4. Efectua aquestes operacions:

a) $3{,}5 \cdot 10^5 + 0{,}8 \cdot 10^6 - 1{,}3 \cdot 10^4 =$

b) $4{,}3 \cdot 10^6 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-2} : 6{,}1 \cdot 10^5 =$

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) El grau d'un polinomi és igual al nombre de monomis que el componen.

b) El grau d'un polinomi és igual al grau més alt dels seus monomis.

c) Un polinomi és complet si el seu terme independent és diferent de 0.

d) La regla de Ruffini és el millor mètode per multiplicar polinomis.

2. El residu de la divisió $(x^3 + 3x^2 + x - 1) : (x - 3)$ és:

a) 3 *b)* −3 *c)* 56 *d)* −56

3. El quocient de la divisió $(3x^5 + 5x^4 + 2x + 3) : (x^2 - 2x + 1)$ és:

a) $3x^3 + 11x^2 + 19x + 27$

b) $x^3 - 11x^2 + 19x - 3$

c) $3x^3 + x^2 + 19x - 27$

d) $3x^3 - 11x^2 - 19x + 27$

4. Si desenvolupem l'expressió $(a + b)^3$, obtindrem:

a) $a^3 + b^3 - 3a^2b + 3b^2a$

b) $a^3 + b^3 - 3a^2b - 3b^2a$

c) $a^3 + b^3 + 3a^2b - 3b^2a$

d) $a^3 + b^3 + 3a^2b + 3b^2a$

5. El resultat que obtenim en simplificar la fracció algebraica $\frac{x^3 + x^2}{1 + x}$ és:

a) x^2 *b)* $1 + x$ *c)* $\frac{1}{1 + x}$ *d)* $(1 + x)^2$

6. Si factoritzem el polinomi $P(x) = 3x^3 - 6x^2 - 57x + 60$ obtindrem l'expressió següent:

a) $3 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$

b) $3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$

c) $3 \cdot (x - 1) \cdot (x + 4) \cdot (x - 5)$

d) $3 \cdot (x - 1) \cdot (x - 4) \cdot (x + 5)$

7. El resultat d'operar $\frac{1}{1 + x} - \frac{1}{1 - x}$ és:

a) $\frac{1}{1 - x^2}$ *b)* $\frac{1}{x^2 - 1}$ *c)* $\frac{x}{x^2 - 1}$ *d)* $\frac{2x}{x^2 - 1}$

Alumne/a	Data

AVALUACIÓ

1. Efectua les divisions següents:

a) $(2x^4 - 3x + 4x^2 - 5) : (x - 2x^2)$

b) $\left(5b^6 - 3b^5 + \frac{2}{3}b^2 + 5b - 1\right) : (3b^3 + 2b^2 - 1)$

2. Calcula el quocient d'aquestes divisions utilitzant la regla de Ruffini:

a) $(a^3 - 3a^2 + 2a) : (a - 1)$

b) $\left(\frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + 3x\right) : (x - 2)$

3. Factoritza els polinomis següents:

a) $x^2 + 4xy + 4y^2 =$

b) $4a^2 - 12ab + 9b^2 =$

4. Calcula els resultats de les operacions amb fraccions algebraiques següents:

a) $\frac{x+6}{x^2-1} + \frac{2x+2}{x-1} + \frac{3(x+2)}{x^2+3x+2} =$

b) $-\frac{x^2-y^2}{3x^2-9} : \frac{x+y}{x+3} =$

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. El producte de les arrels de l'equació $2x^2 - 2x - 1 = 0$ és:

a) 1 *b)* −1 *c)* −0,5 *d)* 0,5

2. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) Les solucions de les equacions són valors concrets, mentre que les solucions de les inequacions són intervals.

b) La suma de les arrels d'una equació de segon grau és igual al terme independent de l'equació.

c) Les equacions biquadrades tenen vuit solucions diferents.

d) L'equació $\sqrt{2} + x^2 = 1$ és irracional.

3. Les solucions de l'equació $2x^2 + x - 1$ són:

a) 1 i 0,5 *b)* −1 i −0,5 *c)* 1 i −0,5 *d)* −1 i 0,5

4. La solució de la inequació $\frac{3x-1}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - \frac{x-3}{4}$ és:

a) $\left(\frac{27}{17}, \infty\right)$ *c)* $\left(-\frac{27}{17}, \infty\right)$

b) $\left[\frac{27}{17}, \infty\right)$ *d)* $\left[-\infty, \frac{27}{17}\right)$

5. El sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ és:

a) Incompatible. *c)* Incompatible i indeterminat.

b) Compatible i determinat. *d)* Indefinit.

6. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) Si en un sistema d'equacions lineals substituïm una equació per la suma de dues altres equacions, obtenim un sistema equivalent a l'original.

b) Si en un sistema d'equacions lineals multipliquem totes les equacions per qualsevol nombre real, obtenim un sistema equivalent a l'original.

c) Si en un sistema d'equacions lineals substituïm una equació per la diferència de dues altres equacions, obtenim un sistema equivalent a l'original.

d) Si en un sistema d'equacions lineals dividim totes les equacions per qualsevol nombre real diferent de 0, obtenim un sistema equivalent a l'original.

7. La solució del sistema d'inequacions $\begin{cases} 2x + 3(x-1) < x - 1 \\ 2(x+3) > x + 2 \end{cases}$ és:

a) $(-4, \infty)$ *b)* $(-\infty, 1)$ *c)* $(-4, 1)$ *d)* $(-\infty, \infty)$

8. El perímetre d'un triangle isòsceles mesura 16 dm, i l'altura, 4 dm. Les mesures dels costats del triangle són:

a) 4 dm i 3 dm *b)* 6 dm i 7 dm *c)* 5 dm i 6 dm *d)* 2 dm i 4 dm

Alumne/a | Data

AVALUACIÓ

1. Resol l'equació:

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1+x}{x-5}$$

2. Resol aquesta equació de segon grau:

$$x^2 + \frac{11x}{2} + \frac{5}{2} = 0$$

3. Resol aquesta equació biquadrada: $x^4 - 37x^2 + 36 = 0$

4. Resol aquesta equació irracional: $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 4$

5. Resol la inequació: $-\frac{3}{4}(x+1) + 6(x-1) \leq 8(x+3) - 10$

6. Resol aquest sistema i indica quin mètode has utilitzat:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$$

7. Resol aquest sistema d'inequacions lineals amb una incògnita:

$$\begin{cases} 2(2x+1) > 2 + 3(x-1) \\ x + 4 - 2x > x - 2 \end{cases}$$

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) Dos polígons regulars que tenen el mateix nombre de costats són sempre semblants.

b) Dos triangles rectangles que tenen un angle igual són sempre semblants.

c) Si dues figures planes són semblants, l'àrea de la més gran es pot obtenir multiplicant l'àrea de la petita per la raó de semblança.

d) Dos polígons semblants tenen sempre el mateix perímetre, i el quocient de les seves àrees és igual al quadrat de la seva raó de semblança.

2. Indica quina de les afirmacions següents és falsa:

a) En un triangle rectangle, el quadrat d'un catet és igual al producte de la hipotenusa per la seva projecció ortogonal sobre ella.

b) En un triangle rectangle, el quadrat de l'altura relativa a la hipotenusa és igual al producte de les projeccions ortogonals dels catets sobre ella.

c) La raó entre els volums de dos poliedres semblants és igual al quadrat de la raó de semblança.

d) Els segments determinats per rectes paral·leles en dues rectes concurrents o que es tallen són proporcionals.

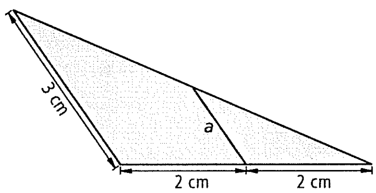
3. El valor de *a* en la figura següent és:

a) 2

b) 3

c) 0,5

d) 1,5



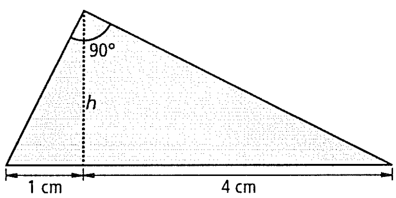
4. El valor de *h* en la figura següent és:

a) 4

b) 2

c) 0,25

d) 1,25



5. El triangle rectangle T_1 té un angle de 30°, i el triangle rectangle T_2 té un angle de 60°. Quina de les afirmacions següents és certa?

a) Els dos triangles són iguals.

b) Els dos triangles tenen els seus costats proporcionals.

c) És impossible que els dos triangles siguin iguals.

d) El triangle T_2 no pot ser rectangle.

6. Indica quina de les afirmacions següents és falsa:

a) L'homotècia és una transformació geomètrica.

b) Si volem dibuixar un segment de 5 m a escala 1:100, hem de dibuixar un segment de 2 cm.

c) El teorema de Tales es pot aplicar per dividir un segment en parts iguals.

d) El teorema de Pitàgores es pot deduir a partir del teorema del catet.

Alumne/a	Data

AVALUACIÓ

1. Indica si els segments següents són proporcionals. Raona la resposta.

a) $\overline{AB} = 2$, $\overline{CD} = 5$, $\overline{EF} = 4$, $\overline{GH} = 10$

b) $\overline{AB} = 8$, $\overline{CD} = 9$, $\overline{EF} = 24$, $\overline{GH} = 27$

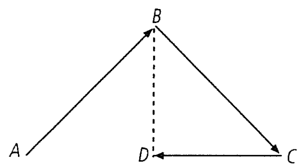
c) $\overline{AB} = 10$, $\overline{CD} = 11$, $\overline{EF} = 40$, $\overline{GH} = 44$

d) $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 9$, $\overline{EF} = 14$, $\overline{GH} = 18$

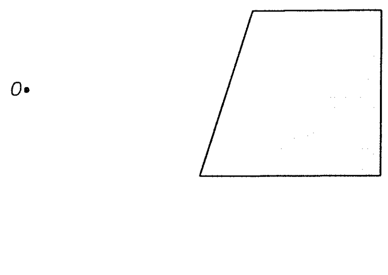
2. Els costats d'un quadrilàter mesuren 3, 5, 9 i 12 cm. Quin perímetre tindrà un altre quadrilàter semblant si la raó de semblança és 12?

3. Un jardí en forma de rectangle té unes dimensions de 5 m per 10 m. Un altre jardí proper és semblant al primer i té 60 m de perímetre. Quina és la raó de semblança entre els dos jardins?

4. En un laboratori d'holografia, un feix làser surt del punt *A* cap a un punt *B*, on hi ha un mirall, i el feix reflectit surt amb un angle de 90° cap al punt *C*, on hi ha un altre mirall, que enfoca el feix sobre *D*. Si la distància $\overline{AC}$ és de 5 m i la $\overline{CD}$ és de 3 m, quina distància hi ha de *B* a *C*? I de *B* a *D*?



5. Fes la transformació $H\left(O, \frac{2}{5}\right)$ sobre la figura següent.



Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. Indica quina de les afirmacions següents és certa:

a) El sinus d'un angle mai no pot ser negatiu.

b) El sinus d'un angle del primer quadrant és sempre més gran que la tangent d'aquest angle.

c) El cosinus d'un angle mai no pot ser més petit que −1.

d) La tangent d'un angle mai no pot ser més gran que 2.

2. Indica quina de les afirmacions següents és falsa:

a) El cosinus d'un angle del segon quadrant és sempre més petit o igual que 0.

b) Si un angle està en el tercer quadrant, la seva tangent és sempre negativa o nul·la.

c) La tangent d'un angle que està en el quart quadrant és més gran que la tangent de qualsevol angle situat en el segon quadrant.

d) La inversa de la cosecant d'un angle és el sinus d'aquest angle.

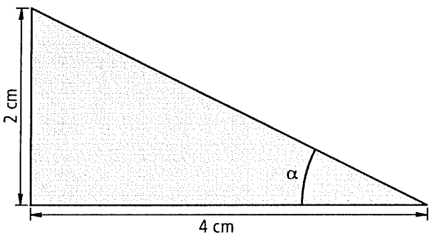
3. El valor de cos α en la figura següent és:

a) 0,5

b) 2

c) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{5}}$



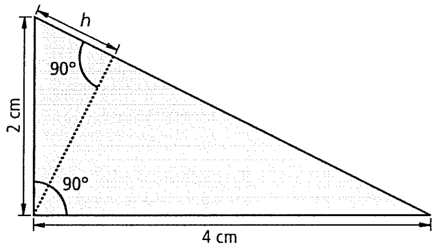
4. El valor de h en la figura següent és:

a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) 1



5. Si l'angle α està situat en el primer quadrant i sabem que tg $\alpha = 3$, quin dels nombres següents serà igual a cos α?

a) $\sqrt{10}$ *b)* $\frac{1}{\sqrt{10}}$ *c)* 10 *d)* $\frac{1}{10}$

6. Indica quina de les expressions següents és falsa:

a) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

b) $1 + \text{tg}^2\, \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

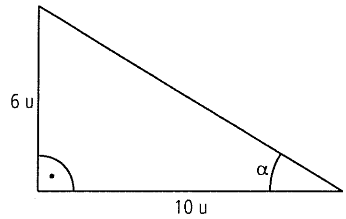
c) $\sec^2 \alpha + \text{cosec}^2\, \alpha = 1$

d) $\text{tg}^2\, \alpha + \text{cotg}^2\, \alpha = 1$

Alumne/a | Data

AVALUACIÓ

1. Calcula el sinus, el cosinus i la tangent de l'angle α del triangle següent:



2. Demostra que: $\sec^2 \alpha - \text{tg}^2 \alpha = 1$

3. Calcula les raons trigonomètriques d'un angle del tercer quadrant la tangent del qual és 0,17.

4. Si $\cos \alpha = 0{,}64$ i $0° < \alpha < 90°$, calcula:

a) $\sin(-\alpha) =$

b) $\cos(180° + \alpha) =$

c) $\text{tg}(180° - \alpha) =$

d) $\sin(180° + \alpha) =$

5. Un edifici té un terrat de forma quadrada els costats del qual mesuren 20 m. Els veïns han decidit posar-hi dues cordes per estendre la roba que creuin les diagonals del terrat. Si el metre de corda d'estendre costa 25 cèntims, quants euros s'haurà de gastar la comunitat en la instal·lació?

Alumne/a | Data

TEST MATEMÀTIC

1. El mòdul del vector (1, 5) és:

a) $\sqrt{6}$

b) 6

c) $\sqrt{26}$

d) 26

2. La distància entre els punts A (2, 3) i B (−1, 1) és:

a) 13

b) 4

c) $\sqrt{5}$

d) $\sqrt{13}$

3. La recta que passa pel punt (−1, −1) és:

a) $y = 2x + 3$

b) $y = x + 1$

c) $y = 2x + 1$

d) $y = -2x + 1$

4. Indica quina de les expressions següents és falsa:

a) El mòdul del vector $\vec{u}$ (x, y) és: $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

b) La distància entre dos punts A (x_1, y_1) i B (x_2, y_2) és: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

c) El producte escalar de dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ es: $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$

d) La recta d'equació $y = 3x + 1$ passa per l'origen de coordenades.

5. Indica quina de les expressions següents correspon al feix de rectes que passa pel punt (3, 2):

a) $y = 3x + 3m + 2$

b) $y = mx - 3m + 2$

c) $y = 2x + 3m + 2$

d) $y = mx + 2m - 3$

6. El pendent de la recta $2x + 5y - 1 = 0$ és:

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $-\frac{2}{5}$

d) $-\frac{5}{2}$

Alumne/a	Data

AVALUACIÓ

1. Situa els punts següents en els eixos de coordenades:

a) $A\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

b) $B\,(-3, 0)$

c) $C\,(9, -2)$

d) $D\left(5, -\frac{3}{4}\right)$

2. Efectua les operacions següents amb els vectors $\vec{u}\,(2, -1)$, $\vec{v}\,(0, 3)$ i $\vec{w}\,(4, 1)$.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

d) $\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{w})$

b) $\vec{w} - \vec{u} + \vec{v}$

e) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

c) $2 \cdot \vec{w}$

f) $\vec{v} \cdot \vec{u}$

3. Expressa la recta $4x + 2y - 6 = 0$ en forma vectorial, paramètrica, contínua i explícita.

4. Escriu l'equació d'una recta paral·lela a $y = 4x - 1$ que passa pel punt $A\,(3, 0)$.

5. Calcula la distància entre el punt $A\,(10, -12)$ i el punt $B\,(5, -1)$.

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. Els punts de tall de la funció $f(x) = 2 \cdot x^2 + x - 1$ amb l'eix de les abscisses són:

a) $(1, 0)$ i $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

b) $(0, 1)$ i $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

c) $(-1, 0)$ i $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

d) $(0, -1)$ i $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

2. Donada la funció $f(x) = 2 \cdot x^2 + x - 1$, quina de les afirmacions següents és certa?

a) La funció és creixent per a tots els valors de x.

b) La funció és convexa en tots els punts.

c) La funció és periòdica, i el seu període és igual a 2.

d) La funció té un mínim absolut.

3. Quina de les funcions següents té una simetria imparella?

a) $y = 2 \cdot x^4 + 3x$

b) $y = x^2 + 1$

c) $y = x^3$

d) $y = -2 \cdot x^6 + 6 \cdot x$

4. Quina de les condicions següents compleix la funció $f(x) = \dfrac{1}{1 + x^3}$?

a) És contínua per a tots els valors de x.

b) Presenta una discontinuïtat de salt infinit en $x = -1$.

c) Presenta una discontinuïtat de salt finit en $x = -1$.

d) Presenta una discontinuïtat evitable en $x = -1$.

5. La funció recíproca de $y = x$ és:

a) $y = \dfrac{1}{x}$

b) $y = x$

c) $y = x^{\frac{1}{x}}$

d) $y = \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

6. El recorregut de la funció $y = \dfrac{4}{2 + x^2}$ és:

a) $(0, 2)$

b) $(0, 2]$

c) $[0, 2)$

d) $[0, 2]$

Alumne/a	Data

AVALUACIÓ

1. Representa la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < -2 \\ 1 & \text{si } x = -2 \\ 3x + 4 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

2. Siguin les funcions $f(x) = -x + 2$, $g(x) = -x^2$ i $h(x) = \frac{1}{2x}$. Calcula:

a) $f(h(x))$

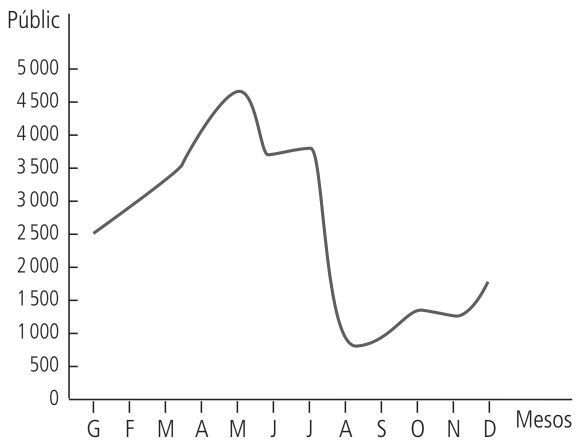
b) $g(f(x))$

3. Calcula la funció inversa de les funcions:

a) $f(x) = \frac{2x + 10}{7}$

b) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$

4. La gràfica següent mostra l'audiència que ha tingut una pel·lícula en una ciutat al llarg d'un any a la cartellera del cinema.



a) Quant públic va anar a veure la pel·lícula durant el primer mes?

b) En quin moment es va assolir l'audiència màxima?

c) I la mínima?

d) Explica l'evolució de l'audiència al llarg de l'any.

Alumne/a	Data

TEST MATEMÀTIC

1. L’abscissa del vèrtex de la paràbola l’equació de la qual és $y = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 1$ és:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $-\frac{3}{4}$

d) $-\frac{3}{2}$

2. Per a la funció $f(x) = \frac{1}{3^x}$, assenyala quina de les afirmacions següents és certa:

a) El seu domini és l’interval $[0, \infty]$.

b) La funció és creixent en tot el seu domini.

c) El punt de tall de la funció amb l’eix de les abscisses és el punt (0, 0).

d) La funció passa pel punt (0, 1).

3. Per a la funció $y = \frac{x + 3}{x - 3}$, indica quina de les afirmacions següents és falsa:

a) La seva representació gràfica és una hipèrbola.

b) La recta $x = 3$ és una asímptota vertical d’aquesta funció.

c) Té un màxim relatiu per a $x = 3$.

d) Quan x tendeix a ∞, y tendeix a 1.

4. Les funcions exponencials l’expressió algebraica de les quals és $y = a^x$, on $a \neq 0$ quan passen pel punt (0, 1)?

a) Mai.

b) Sempre.

c) Únicament si a és més gran que 0.

d) Únicament si a és més petit que 0.

Alumne/a	Data

AVALUACIÓ

1. Representa la paràbola $y = 2x^2 - 6x + 1$ i indica'n l'eix i el vèrtex.

2. Calcula les imatges de la funció exponencial següent per als diferents valors de x, i representa-la:

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ si $x = -2, 3, 1$

3. Representa una gràfica que compleixi les característiques següents:

a) Que sigui simètrica respecte a l'origen.

b) Que sigui discontínua en $x = 0$.

c) Que sigui decreixent.

d) Que sigui convexa en $(0, \infty)$ i còncava en $(-\infty, 0)$.

Avaluació

Alumne/a	Data

PROVA 1. PRIMER TRIMESTRE

1. Els alumnes de 4t d'ESO volen preparar el viatge de fi de curs. Es reuneixen a la biblioteca amb una empresa per analitzar diferents opcions que els ajudin a sufragar les despeses del viatge.

L'empresa els ofereix vendre dos tipus de productes. Un dels productes consisteix en una capsa de polvorons i quatre participacions de loteria; l'altre consisteix en dues capses de polvorons i dues participacions de loteria.

Si en un dels magatzems de l'IES poden guardar-hi com a màxim 1 000 capses de polvorons i els alumnes només tenen 1 100 participacions de loteria:

a) Quina de les opcions següents representa la situació plantejada en l'enunciat?

a.1. $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + 2y < 1000$; $4x + 2y < 1100$

a.2. $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + 2y \leq 1000$; $4x + 2y \leq 1100$

a.3. $x \geq 0$; $y \geq 0$, $x + 2y \leq 1000$, $4x + 2y \leq 1100$

b) Representa gràficament els productes que poden fer de cada tipus per maximitzar els beneficis.

Alumne/a | Data

2. Després d'analitzar els productes que vendran es reuneixen tots sols. El viatge els costarà 800 euros. L'Andreu no pot pagar la seva part i els altres decideixen posar-hi 40 euros més cadascú.

a) Planteja l'equació que permet esbrinar la solució.

b) Quants amics formen el grup?

3. L'Andrea, la Berta i en Jordi decideixen presentar-se a un concurs literari per sufragar el seu viatge. Han acordat que si guanyen es repartiran el premi en funció del temps que han dedicat a escriure els relats. L'Andrea ha trigat el doble que en Jordi, però la tercera part que la Berta. El premi és un xec que excedeix de 198 euros, però no arriba a 216.

a) Planteja el sistema d'inequacions que pot resoldre la situació.

b) Quines de les opcions següents són solució?

b.1. $(22, \infty) \cap (22, 24)$ *b*.2. $(22, \infty) \cap (-\infty, 24)$ *b*.3. $(24, \infty) \cap (-\infty, 24)$

c) Quants diners pot rebre cadascú?

Alumne/a | Data

4. Ja han escrit els relats i decideixen fer-los arribar per missatger. L'empresa de missatgeria envia dos motoristes a la destinació, que està a 420 km. Una de les motos circula a una velocitat de 10 km/h més que l'altra i fa el recorregut emprant una hora menys. Sabries calcular la velocitat de cada moto?

5. L'Andrea necessita algunes coses per al viatge. Per 45 euros s'ha comprat uns pantalons i una samarreta que costaven 60 euros. En la samarreta li han rebaixat el 20 %, i en els pantalons, el 25 %.

a) Quina expressió correspon al preu inicial de la samarreta?

a.1. x *a*.2. $45 - x$ *a*.3. $60 - x$

b) Quin era el preu inicial de cada producte?

6. En Jordi demana a la Berta que l'acompanyi a comprar-se una cartera. Passejant en veuen diversos models. En Jordi diu a la Berta que a la cartera hi ha de portar el DNI i una targeta de crèdit. La Berta li explica que les dimensions del DNI estan en proporció àuria, és a dir, que el quocient entre la llargada i l'amplada és: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Si la llargada del DNI mesura 86 mm, quant mesura l'amplada?

Alumne/a | Data

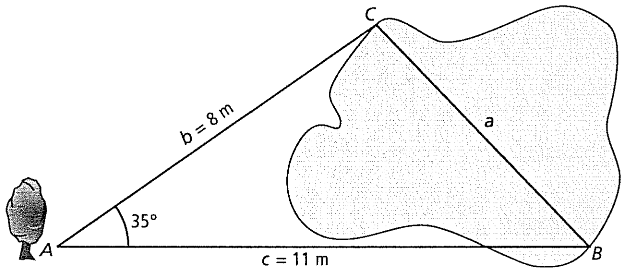
PROVA 2. SEGON TRIMESTRE

1. En Martí, l'Ivan i la Pilar són tres amics de l'institut que pertanyen a un grup de muntanyisme que aprofita els caps de setmana per gaudir de la natura. El cap de setmana passat van visitar un parc natural i van fer una ruta de muntanya. Durant la ruta van trobar un senyal que indicava una altitud de 800 m. Al cap de tres quilòmetres i mig, l'altitud era de 1 150 m.

a) Elabora un dibuix que reculli les dades de la ruta.

b) Calcula el pendent mitjà de la ruta.

2. A 1 150 m d'altitud van trobar una llacuna. L'Ivan els va comentar que havia trobat un dibuix a la guia que permetia esbrinar l'amplada de la llacuna des d'un dels arbres més alts que l'envolten. El dibuix és aquest:



a) Quin teorema pots aplicar per esbrinar l'amplada de la llacuna?

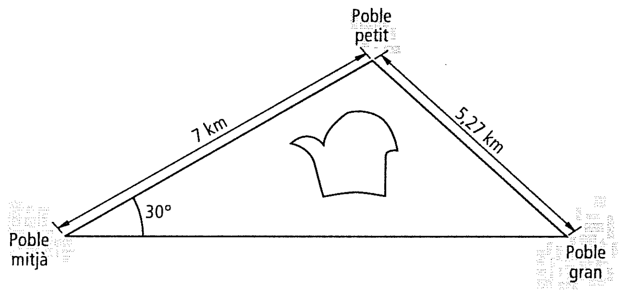
b) Quina és l'amplada de la llacuna?

Alumne/a | Data

3. L'arbre que està situat en el punt A és un dels més alts del parc. Per calcular-ne l'alçada, en Martí, ajudat per un dels monitors del grup de muntanyisme, pren algunes mesures. Se situen davant de l'arbre i mesuren l'angle que forma amb l'horitzontal la visual en la part més alta de la capçada. L'angle mesura 50°. S'allunyen 12 metres de l'arbre, en línia recta cap a l'altre extrem del camí. Ara, l'angle que forma amb l'horitzontal la visual en la part més alta de l'arbre és de 40°.

a) Fes un dibuix amb les dades que t'hem donat i calcula l'alçada de l'arbre.

4. La llacuna està situada entre tres pobles. Observa les distàncies entre els pobles:



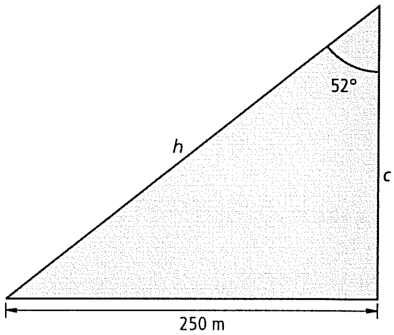
a) Quin teorema pots aplicar per esbrinar la distància entre el poble mitjà i el petit?

b) Quina és la distància entre el poble mitjà i el gran?

Alumne/a	Data

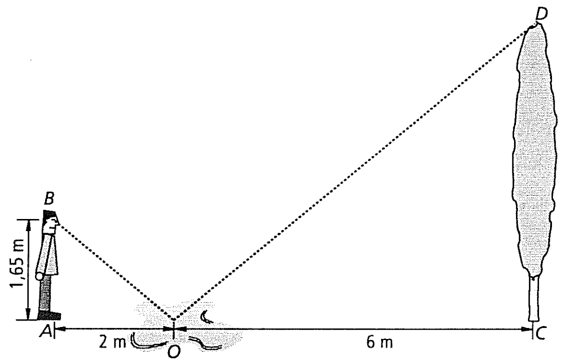
5. Durant la ruta van visitar un dels pobles de la zona. Allí van decidir ajudar a posar una tanca a una arbreda de pollancres que pertany al poble. Observa el dibuix i contesta:

a) Quants metres de tanca necessitaran?



b) Quina és l'àrea de l'arbreda?

6. Abans d'acabar el dia, la Pilar va decidir calcular l'altura d'un dels pollancres de l'arbreda. Va veure com la capçada de l'arbre es reflectia en un toll, i amb ajuda de l'Ivan, va prendre les mesures següents:

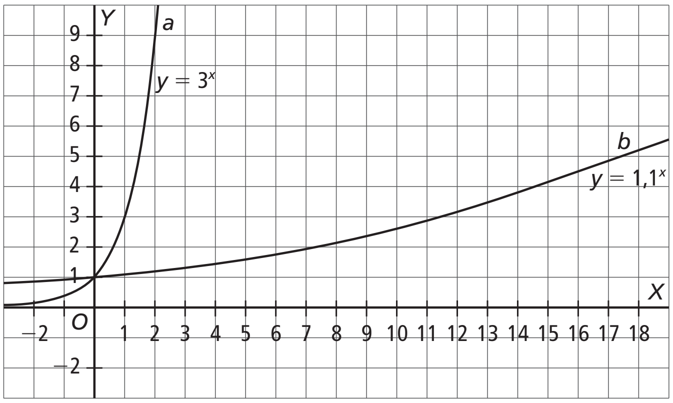


a) Et sembla que els triangles són semblants?

b) Calcula l'alçada de l'arbre.

Alumne/a	Data

4. El nostre professor ens ha mostrat unes gràfiques sobre el creixement de dos tipus de papallones. Observa-les i contesta:



a) Com s'anomenen les funcions que tenen aquesta representació gràfica?

b) Quin és el domini d'aquest tipus de funcions?

c) Tallen l'eix de les abscisses?

d) Són creixents?

e) Quina de les dues funcions mostra un creixement de la població més ràpid?

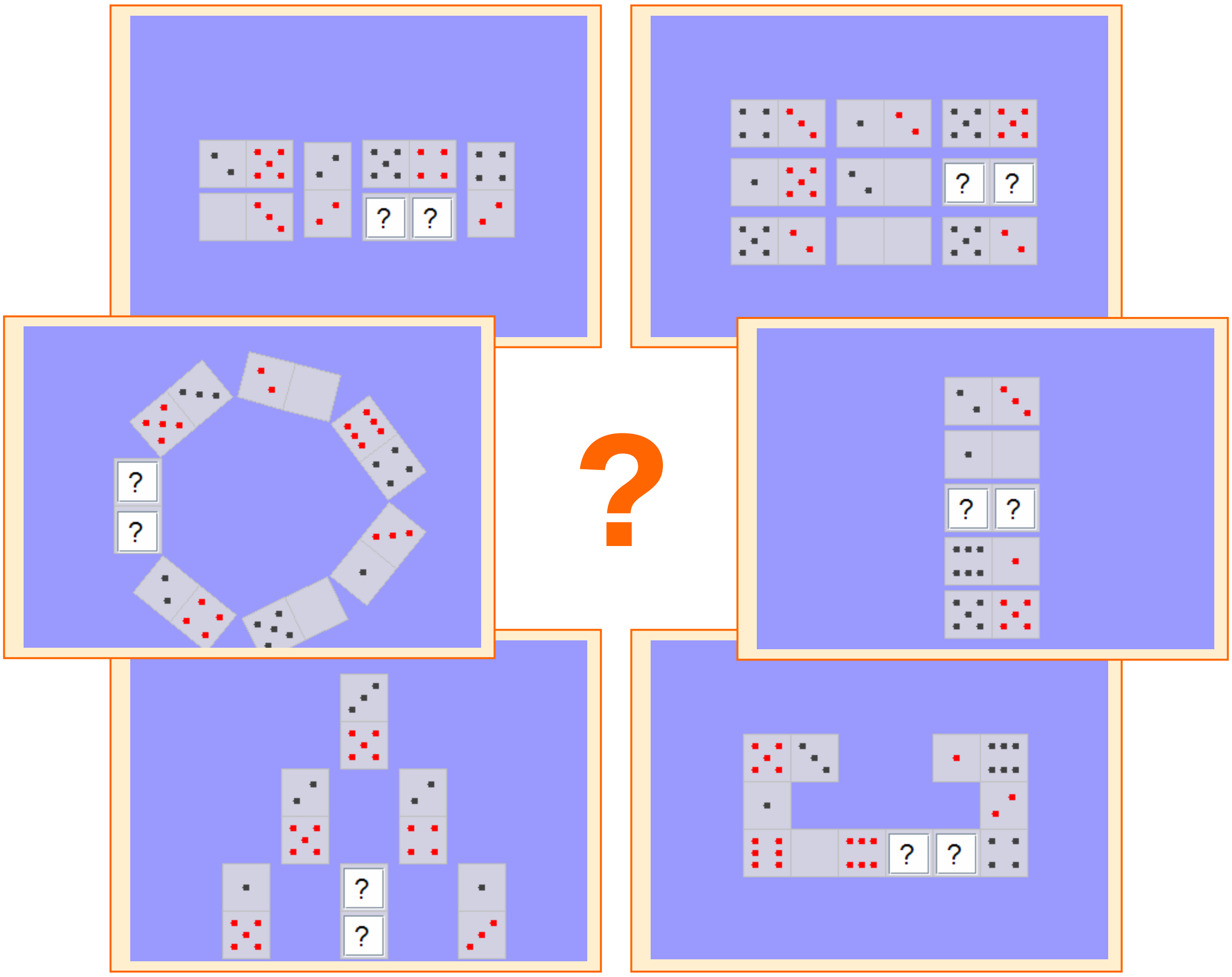
Progresiones

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Reconocer una sucesión de números.
- Reconocer y distinguir las progresiones aritméticas y geométricas.
- Calcular él término general de una progresión aritmética y geométrica.
- Hallar la suma de los términos de una progresión aritmética finita y geométrica finita o infinita.
- Hallar el producto de los términos de una progresión geométrica finita.
- Resolver problemas con la ayuda de las progresiones.
- Resolver problemas de interés compuesto.

Antes de empezar



Para empezar, te propongo un juego sencillo, se trata de averiguar la ficha de dominó que falta en cada caso.

1. Sucesiones

Definición.

Una **sucesión** es un conjunto ordenado de números reales:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \ldots$$

Cada elemento de la sucesión se llama **término** de la sucesión. Para designarlos se emplean subíndices.

Los términos de las sucesiones se pueden determinar a partir de cierto criterio, este criterio se denomina **regla de formación**.

Término general

El **término general** de una sucesión es el que ocupa un lugar cualquiera, **n**, de la misma, se escribe a_n

- Hay sucesiones cuyo término general es una expresión algebraica, que nos permite saber cualquier término de la sucesión sabiendo el lugar que ocupa, **n**.
- En otras, cada término se obtiene a partir de los anteriores, se dice que están dadas en forma recurrente. Una **relación de recurrencia** es una expresión algebraica, que expresa el término **n** en función de los anteriores.

4, 7, 10, 13,...

Primer término: $a_1=4$
Segundo término: $a_2=7$
Tercer término: $a_3=10$
Cuarto término: $a_4=13$

Cada término se obtiene del anterior sumándole 3.

$a_2 = a_1 + 3 = 4 + 3 = 7$
$a_3 = a_2 + 3 = 7 + 3 = 10$
$a_4 = a_3 + 3 = 10 + 3 = 13$

4, 8, 12, 16,...

Cada término se obtiene multiplicando el lugar que ocupa por 4

$a_1 = 1\cdot 4 = 4$ $a_2 = 2\cdot 4 = 8$
$a_3 = 3\cdot 4 = 12$ $a_4 = 4\cdot 4 = 16$

EJERCICIOS resueltos

1. El primer término de una sucesión es 4, escribe los cuatro primeros términos de ella si: "Cada término es igual al anterior más el lugar que ocupa":

   Sol: $a_1 = 4 \quad a_2 = 4+2=6 \quad a_3 = 6+3=9 \quad a_4 = 9+4=13$

2. Escribe la regla de formación de la siguiente sucesión: 3, 8, 13, 18,...

   Sol: *"Cada término es igual al anterior más 5"*

3. Escribe los cinco primeros términos de la sucesión formada por los cuadrados de los números naturales a partir del 1.

   Sol: $a_1 = 1 \quad a_2 = 2^2 = 4 \quad a_3 = 3^2 = 9 \quad a_4 = 4^2 = 16 \quad a_5 = 5^2 = 25$

4. Calcula los 4 primeros términos de la sucesión de término general: $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

   Sol: $a_1 = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2} \quad a_2 = \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{2}{3} \quad a_3 = \dfrac{3}{1+3} = \dfrac{3}{4} \quad a_4 = \dfrac{4}{1+4} = \dfrac{4}{5}$

5. Escribe los 5 primeros términos de una sucesión cuya regla de formación es: *"Cada término es la suma de los dos anteriores"* $a_1 = 3$ y $a_2 = 7$

   Sol: $a_1 = 3 \quad a_2 = 7 \quad a_3 = 3+7=10 \quad a_4 = 7+10=17 \quad a_5 = 10+17=27$

6. Escribe el término general de estas sucesiones:

   a) 2, 3, 4, 5, 6, ... Sol: $a_n = 1+n$ b) 2, 4, 8, 16, 32, ... Sol: $a_n = 2^n$

2. Progresiones Aritméticas

Definición

Una **progresión aritmética** es una sucesión en que cada término (menos el primero) se obtiene sumando al anterior una cantidad fija **d**, llamada **diferencia** de la progresión.

- Si **d>0** los números cada vez son mayores, se dice que la progresión es **creciente**.
- Si **d<0** los números cada vez son menores, se dice que la progresión es **decreciente**

2, 4, 6, 8, ... → d=2

d>0 CRECIENTE

7, 5, 3, 1, ... → d=-2

d<0 DECRECIENTE

Para obtener la diferencia basta restar dos términos consecutivos.

Término general

En una progresión aritmética cada término es igual al anterior más la diferencia. Observa:

$$a_2 = a_1 + d$$
$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2 \cdot d$$
$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2 \cdot d + d = a_1 + 3 \cdot d$$
$$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3 \cdot d + d = a_1 + 4 \cdot d$$

y siguiendo así sucesivamente, se llega a:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

El **término general** de una **progresión aritmética** es:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot d}$$

donde $\mathbf{a_1}$ es el primer término y **d** la diferencia.

3, 5, 7, 9, 11, ...

$a_1=3 \quad d=2$

$\mathbf{a_n = 3 + (n-1) \cdot 2}$

Así por ejemplo:

$a_{10} = 3 + 9 \cdot 2 = 21$

$a_{100} = 3 + 99 \cdot 2 = 201$

Suma de n términos

En una progresión aritmética finita de n términos, la suma de términos equidistantes de los extremos es igual a la suma de ellos**:**

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \ldots$$

A partir de esta propiedad se obtiene que la suma $S_n = a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_n$ de los n primeros términos de una progresión aritmética es:

$$\boxed{S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n}$$

2, 4, 6, 8, 10, 12

2+12=14

4+10=14

6+8=14

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2+12}{2} \cdot 6 = 42$$

EJERCICIOS resueltos

7. Determina la diferencia de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $1, 4, 7, 10, 13....$ Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
$d = 13 - 10 = 10 - 7 = 7 - 4 = 4 - 1 = 3$

b) $8, 6, 4, 2, 0, ...$ Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
$d = 0 - 2 = 2 - 4 = 4 - 6 = 6 - 8 = -2$

c) $2, 6, 10, 14, 18, ...$ Sol: $d = a_5 - a_4 = a_4 - a_3 = a_3 - a_2 = a_2 - a_1$
$d = 18 - 14 = 14 - 10 = 10 - 6 = 6 - 2 = 4$

8. Escribe el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $4, 6, 8, 10, ...$ Sol: $a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + (n-1)\cdot 2 = 2n + 2$

b) $3, -1, -5, -9, ...$ Sol: $a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)\cdot(-4) = -4n + 7$

c) $5, 8, 11, 14, ...$ Sol: $a_n = a_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)\cdot 3 = 3n + 2$

9. Calcular la suma de los 10 primeros términos de la progresión aritmética: $2, 4, 6, 8, 10, ...$

Sol:
$$a_{10} = a_1 + (10-1)d = 2 + 9\cdot 2 = 20$$
$$S = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \frac{2 + 20}{2}\cdot 10 = 11\cdot 10 = 110$$

10. Calcular la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética: $3, 7, 11, 15, 19, ...$

Sol:
$$a_{20} = a_1 + (20-1)d = 3 + 19\cdot 2 = 41$$
$$S = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \frac{3 + 41}{2}\cdot 20 = 22\cdot 20 = 440$$

11. El primer término de una progresión aritmética de diferencia 5 es 4 y el último término es 499.Halla la suma de todos ellos.

$$a_1 = 4 \quad d = 5 \rightarrow 4, 9, 14, 19, ...$$

Hay que calcular el número de términos

Sol: $a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 499 = 4 + (n-1)\cdot 5 = 5n - 1$

$$5n = 500 \rightarrow n = 100$$
$$S = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \frac{4 + 499}{2}\cdot 100 = \frac{503}{2}100 = 25150$$

3. Progresiones Geométricas

Definición

3, 6, 12, 24, 48, …

razon=2

$$r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = \frac{48}{24} = 2$$

Una **progresión geométrica** es una sucesión en que cada término (menos el primero) se obtiene multiplicando el anterior por una cantidad fija **r**, llamada **razón** de la progresión.

La razón se obtiene al hacer el cociente entre dos términos consecutivos:

$$\boxed{\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \ldots \frac{a_n}{a_{n-1}} = r}$$

Término General

1, 3, 9, 27, 81, …

$r=3 \qquad a_1=1$

$$\mathbf{a_n = 3^{n-1}}$$

En una progresión geométrica cada término es igual al anterior por la razón. Observa:

$a_2 = a_1 \cdot r \qquad a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$

$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 = a_1 \cdot r^3$

y siguiendo así sucesivamente, se llega a:

El **término general** de una **progresión geométrica** cuyo primer término es $\mathbf{a_1}$ y la razón es **r** es

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$$

Suma de n términos

$1, 2, 4, 8, 16, 32 \qquad r = 2 \;;\; n = 6$

$$S = \frac{a_n \cdot r - 1}{r-1} = \frac{32 \cdot 2 - 1}{2-1} = \frac{63}{1} = 63$$

$$S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} = \frac{1 \cdot (2^6 - 1)}{2-1} = \frac{63}{1} = 63$$

La **suma** de los **n primeros términos** de una **progresión geométrica** de razón **r** es:

$$\boxed{S = \frac{a_n \cdot r - 1}{r-1}} \quad \text{ó bien} \quad \boxed{S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1}}$$

Suma de todos los términos

$16, 8, 4, 2, 1, \ldots\ldots; \qquad r = \frac{1}{2}$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{16}{1-\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32$$

La **suma** de los **infinitos términos** de una **progresión geométrica** de razón **r,** es:

$$\boxed{S = \frac{a_1}{1-r}}$$

Producto de n términos

1, 2, 4, 8, 16, 32

$1 \cdot 32 = 32$

$2 \cdot 16 = 32$

$4 \cdot 8 = 32$

$$P = \sqrt{(1 \cdot 32)^6} = \sqrt{2^{30}} = 2^{15}$$

En una progresión geométrica el producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al producto de ellos: $a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \ldots$

A partir de esta propiedad se obtiene que el producto de los **n primeros términos** de una **progresión geométrica** es:

$$\boxed{P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}}$$

EJERCICIOS resueltos

12. Determina la razón de las siguientes progresiones geométricas:

a) 1, 2, 4, 8, 16.... Sol: $r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1}$

$r = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$

b) 81, 27, 9, 3, 1, ... Sol: $r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1}$

$r = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{9}{27} = \frac{27}{81} = \frac{1}{3}$

13. Escribe el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) 4, 12, 36, 108, ... Sol: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 4 \cdot 3^{n-1}$

b) 8, 16, 32, 64, ... Sol: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 8 \cdot 2^{n-1} = 2^3 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+2}$

14. Calcula la suma de los 10 primeros términos de la progresión geométrica: 1, 2, 4, 8, 16, ...

Sol: $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2 \rightarrow S = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1024 - 1}{1} = 1023$

15. Calcula la suma de los términos de una progresión geométrica finita de primer término 1, razón 3 y último término 243:

Sol: $a_1 = 1$; $a_n = 243$; $r = 3 \rightarrow S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \cdot n = \frac{243 \cdot 3 - 1}{3 - 1} = \frac{728}{2} = 364$

16. Calcula la suma de todos los términos de la progresión geométrica: 8, 4, 2, 1, ...

Sol: $a_1 = 8$; $r = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$

17. Calcula el producto de los 8 primeros términos de la progresión geométrica: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \ldots$

Sol:

$a_1 = \frac{1}{8}$; $r = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = 2$; $a_8 = \frac{1}{8} 2^7 = 2^4 = 16$

$P = \sqrt{(a_1 \cdot a_8)^8} = \sqrt{\left(\frac{1}{8} \cdot 16\right)^8} = \sqrt{2^8} = 2^4 = 16$

4. Aplicaciones

Interpolación

Interpolar significa colocar otros números entre dos dados. Dados dos números a y b,

- **Interpolar n medios diferenciales** entre a y b es encontrar x_1, x_2, ..., x_n números de forma que a, x_1, x_2, ... , x_n, b formen una progresión **aritmética**.
- **Interpolar n medios proporcionales** entre a y b es encontrar x_1, x_2, ...,x_n números de forma que a, x_1, x_2, ..., x_n, b formen una progresión **geométrica**.

Interpolar 4 medios diferenciales entre 4 y 44.

4, x_1, x_2, x_3, x_4, 44

Progresión aritmética

$44=4+(6-1)\cdot d \rightarrow 40=5d \rightarrow \mathbf{d=8}$

4, **12**, **20**, **28**, **36**, **44**

Interpolar 2 medios geométricos entre 3 y 24.

3, x_1, x_2, 44

Progresión geométrica

$24=3\cdot r^3 \rightarrow 8=r^3 \rightarrow \mathbf{r=2}$

3, **6**, **12**, **24**

Interés Compuesto

Si al invertir un capital durante un periodo de tiempo, t, a un rédito, r%, no se retiran los intereses al finalizar el periodo de inversión sino que se añaden al capital decimos que es un **interés compuesto**.

El capital final $\mathbf{C_f}$ obtenido al invertir un Capital **C**, al rédito **r %**, durante **t** años, a **interés compuesto** viene dado por la fórmula:

$$C_f = C_0 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t$$

Si el tiempo viene dado en meses o días, basta sustituir r por el rédito mensual o diario y t por el nº de meses o días.

¿En cuánto se convierten 2000 € al 4% anual durante 5 años?

$$C_f = C_0 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t$$

$$C_f = 1000 \cdot \left(1+\frac{4}{100}\right)^5 = 1216,65\ €$$

Resolución de problemas

Observa algunos ejemplos de problemas resueltos con progresiones.

EJEMPLO 1

Encuentra la fracción generatriz de $0,\widehat{2}$

✓ SOLUCIÓN

$$0,\widehat{2} = 0,2 + 0,02 + 0,002 + \ldots = \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000} + \ldots$$

Es la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica de primer término 0,2 y razón 0,1.

$$S = \frac{0,2}{1-0,1} = \frac{0,2}{0,9} = \frac{2}{9}$$

EJEMPLO 2

Una persona da limosna durante 17 días, cada día da 1€ más que el anterior; el primer día dio 10€ y el último 26€, ¿cuánto ha dado en total?.

✓ SOLUCIÓN

Las cantidades dadas 10, 11, 12, ..., 26 forman una progresión aritmética de primer término 10 y diferencia 1.

El total es la suma de los 17 términos:

$$S = \frac{10+26}{2} \cdot 17 = 306\ €$$

EJERCICIOS resueltos

18. Interpola 3 medios aritméticos entre 4 y 29

$5, x_1, x_2, x_3, 29$

Sol: $29 = 5 + (5-1)\cdot d \to 24 = 4d \to d = 6$

$x_1 = 5 + 6 = 11 \quad x_2 = 11 + 6 = 17 \quad x_3 = 11 + 6 = 17$

19. Interpola 4 medios geométricos entre 1 y 243:

$2, x_1, x_2, x_3, x_4, 486$

Sol: $486 = 2\cdot r^5 \to 243 = 2\cdot r^5 \to r = 3$

$x_1 = 2\cdot 3 = 6 \quad x_2 = 6\cdot 3 = 18 \quad x_3 = 18\cdot 3 = 54 \quad x_4 = 54\cdot 3 = 162$

20. Calcular el capital obtenido invirtiendo 2000 € al 3 % de interés compuesto anual durante 5 años.

Sol: $C_f = C_0\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^t = 2000\cdot\left(1+\frac{3}{100}\right)^5 = 2318,55\ €$

21. Un árbol de rápido crecimiento multiplica su altura por 1'2 cada año. Si al comenzar el año medía 0'75 m,¿qué altura tendrá dentro de 8 años?

Sol: $a_1 = 0'75 \ ; \ a_2 = 0'75\cdot 1'2 \ ; \ a_3 = 0'75\cdot 1'2^2 \ldots\ldots \to a_8 = 0'75\cdot 1'2^8 = 3'22 \text{ m}$

22. Lanzamos una pelota a lo largo de un pasillo. En cada bote que da avanza una distancia igual a la mitad de la distancia anterior. Si al octavo bote cae en un foso de tierra y se para ¿qué distancia habrá recorrido si antes del primer bote ha recorrido 2 m?

$a_1 = 2 \ ; \ a_2 = 1; \ a_3 = \frac{1}{2}; \ a_4 = \frac{1}{4}, \ldots\ldots; \ a_8 = \frac{1}{64}$

Sol: La distancia que ha recorrido es la suma de todas

$$S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1} = \frac{2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^8 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{2\left(\frac{1}{256} - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{2\,\frac{(-255)}{256}}{-\frac{1}{2}} = \frac{2\cdot 255\cdot 2}{256} = \frac{255}{64} = 3'98\,\text{m}$$

Para practicar

1. Completa las sucesiones con los términos que faltan:

a) $3, 7, 11, 15, \_\_, \_\_, \ldots$

b) $3, 6, 12, 24, \_\_, \_\_, \ldots$

c) $32, 16, 8, 4, \_\_, \_\_, \ldots$

d) $5, 10, 17, 26, \_\_, \_\_, \ldots$

2. Calcula los 4 primeros términos de la sucesión de término general:

a) $a_n = n + 5$

b) $a_n = 2^{n-1}$

c) $a_n = \sqrt[n+1]{n+2}$

d) $a_n = 5n$

3. Calcula el término general de las sucesiones:

a) $1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

b) $1, 4, 9, 16, 25, \ldots$

c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots$

d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$

4. Halla el término 100 de la sucesión de término general:

a) $a_n = 3n + 2$

b) $a_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$

c) $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$

5. Averigua la ley de recurrencia de cada una de las sucesiones:

a) $3, 7, 10, 17, 27, \ldots$

b) $3, 6, 12, 24, 48, \ldots$

c) $3, 7, 11, 15, 19, \ldots$

d) $9, 3, 6, -3, 9, \ldots$

6. Calcula el término general de las siguientes progresiones aritméticas.

a) $4, 7, 10, 13, 16, \ldots$

b) $1, 3, 5, 7, 9, \ldots$

c) $7, 11, 15, 19, 23, \ldots$

d) $3, 4, 5, 6, 7, \ldots$

7. Calcula el término general de las siguientes progresiones geométricas.

a) $4, 8, 16, 32, 64, \ldots$

b) $1, 3, 9, 27, 81, \ldots$

c) $16, 8, 4, 2, 1, \ldots$

d) $\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{9}, \dfrac{8}{27}, \dfrac{16}{81}, \ldots$

8. Calcula la diferencia de una progresión aritmética si se conocen:

a) $a_{10} = 30$ y $a_1 = -6$

b) $a_{30} = 95$ y $a_{20} = 45$

9. Calcula la razón de una progresión geométrica si se conoce

a) $a_9 = 80$ y $a_8 = 16$

b) $a_{10} = 40$ y $a_7 = 5$

10. Calcula el primer término de una progresión aritmética si se conoce:

a) $a_{20} = 34$ y $d = 7$

b) $a_{31} = 13$ y $d = 3$

11. Calcula el primer término de una progresión geométrica si se conoce:

a) $a_7 = 320$ y $r = 2$

b) $a_6 = 915$ y $r = 3$

12. Calcula el número de términos de una progresión aritmética finita si el primero es 100 el último 420 y la diferencia es 4.

13. Calcula la suma de los primeros 101 términos de la progresión: $1, 4, 7, 17, 20, \ldots.$

14. Calcula la suma de los múltiplos de 3 menores de 1000 y mayores que 100

15. Calcula la suma de los primeros 8 términos de la progresión: $1, 2, 4, 8, 16, \ldots.$

16. Calcula el producto de los primeros 8 términos de la progresión: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \ldots.$

17. Calcula la suma de los infinitos términos de la progresión: $16, 8, 4, 2, 1, \ldots.$

18. Calcula el producto de los primeros 10 términos de la progresión $16, 8, 4, 2, 1, \ldots.$

19. Depositamos 6000 € al 5 % de interés compuesto anual. ¿Cuánto dinero tendré después de 3 años?

20. Determina el capital que con un interés compuesto del 5% anual, produce 200 € en 4 años.

21. Halla el capital obtenido invirtiendo 100 € al 3 % de interés compuesto anual durante 4 años?

22. Interpola 6 términos entre 1 y 10 para que formen una progresión aritmética.

23. Interpola 3 términos entre 1 y 16 para que formen una progresión geométrica

24. En un examen la primera pregunta valía dos puntos y cada una de las siguientes valía tres puntos más que la anterior. Si en total hay 50 preguntas, ¿cuántos puntos vale el examen?

25. El número inicial de moscas de una población es de 50 y cada tres días el número de moscas se duplica, ¿cuántas moscas habrá a los 30 días?

26. Escribe la fracción generatriz de $1'\widehat{2}$, utilizando la suma de una progresión.

27. En una progresión geométrica el término sexto vale 64 y el cuarto es 16. Halla el término general.

28. Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética, si el más pequeño mide 40º ¿cuál es la medida de los otros dos?

Para saber más

La sucesión de Fibonacci

Una de las sucesiones más conocidas es la **sucesión de Fibonacci**.

1,1,2,3,5,8,13,21,34,....

La sucesión es la solución al problema que se plantea en su obra ***Liber abaci***

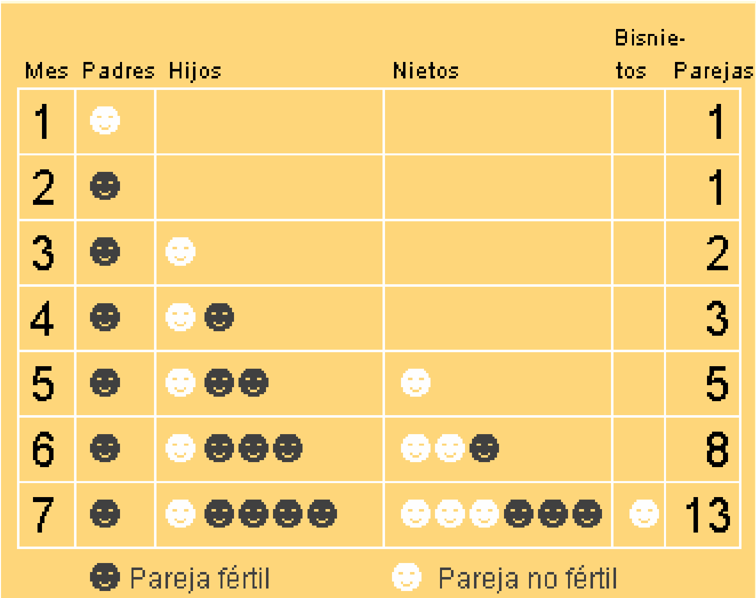
Una pareja de conejos tarda un mes en alcanzar la edad fértil. Cada vez engendra una pareja de conejos que, a su vez, tras ser fértiles engendran cada mes una pareja de conejos.¿Cuántas parejas habrá después de un número determinado de meses?

Fórmula de recurrencia:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

Término General:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

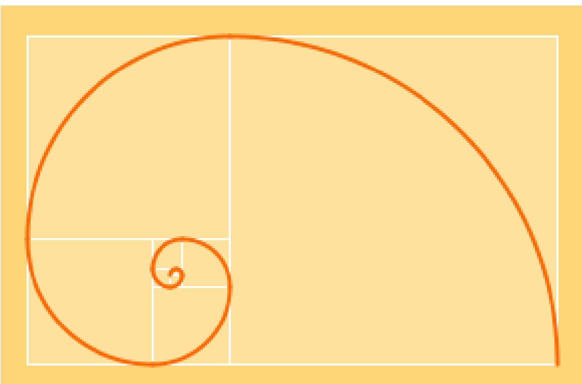


Mes	Padres	Hijos	Nietos	Bisnietos	Parejas
1	☺				1
2	☻				1
3	☻	☺			2
4	☻	☺☻			3
5	☻	☺☻☻	☺		5
6	☻	☺☻☻☻	☺☺☻		8
7	☻	☺☻☻☻☻	☺☺☺☻☻☻	☺	13

☻ Pareja fértil ☺ Pareja no fértil

Leonardo de Pisa (Fibonacci) 1170-1250

Espiral de Fibonacci



Número de oro:

Si dividimos cada número por el anterior la sucesión de cocientes se acerca al número de oro:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Recuerda lo más importante

Sucesión:
Es un conjunto de infinitos números dados de forma ordenada.

Término de una Sucesión:
Cada uno de los números que forman la sucesión..

Sucesión decreciente:
Es aquella en que cada término es menor que ela anterior.

Sucesión creciente:
Es aquella en que cada término es mayor que el anterior.

Progresión Aritmética
Es aquella sucesión en que cada término es igual al anterior más una cantidad constante llamada diferencia de la progresión.

Término general $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$

Términos equidistantes de los extremos

$\boxed{a_n + a_1 = a_{n-1} + a_2 = a_{n-2} + a_2 = \ldots}$

Suma de n téminos $\boxed{S = \frac{a_1 + a_n}{2} n}$

Progresión Geométrica
Es aquella sucesión en que cada término es igual al anterior multiplicado por una cantidad constante llamada razón de la progresión.

Término general $\boxed{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$

Suma de n términos $\boxed{S = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}}$

$\boxed{S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}}$

Suma de los infinitos términos

$$\boxed{S = \frac{a_1}{1 - r} \qquad -1 < r < 1}$$

Términos equidistantes de los extremos $\boxed{a_n \cdot a_1 = a_{n-1} \cdot a_2 = a_{n-2} \cdot a_2 = \ldots}$

Producto de n téminos $\boxed{P = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}}$

Interpolación
Dados números a y b, interpolar n medios (diferenciales ó geométricos) entre a y b es encontrar $x_1, x_2, \ldots, x_n$ números de forma que $a, x_1, x_2, \ldots, x_n, b$ formen una progresión (aritmética ó geométrica)

Interés Compuesto
El capital final C_f obtenido al invertir un Capital C, al rédito r %, durante t años, a interés compuesto viene dado por la fórmula: $\boxed{C_f = C_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

Autoevaluación

1. Escribe el término 95 de la sucesión: $\frac{10}{3}, \frac{11}{4}, \frac{12}{5}, \frac{13}{6}, \ldots.$

2. Escribe el término general de la sucesión: $-4, -7, -10, -13, \ldots.$

3. Escribe el término general de la sucesión: $1, 2, 4, 8, \ldots.$

4. Escribe el término 6 de la sucesión: $1, 4, 16, 64, \ldots.$

5. Halla la suma de todos los términos de la progresión: $8, 4, 2, 1, \ldots.$

6. Halla la suma de los 100 primeros términos de la progresión: $1, 4, 7, 10, \ldots.$

7. Halla el producto de los 8 primeros términos de la progresión: $4096, 512, 64, 8, \ldots.$

8. Cuánto dinero me devolverá el banco si hago una imposición de 3000 € aplazo fijo durante 5 años al 3% de interés compuesto anual.

9. Calcula la suma de todos los múltiplos de 3 de tres cifras.

10. El padre de Juan decide guardar un euro el día que Juan cumple un año. Irá duplicando la cantidad en todos los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado el día que cumpla 13 años?

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. a) 19 y 23 b) 48 y 96
c) 2 y 1 d) 37 y 50

2. a) $6, 7, 8, 9, \ldots$ b) $1, 2, 4, 8, \ldots$
c) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[5]{6}, \ldots$
d) $5, 10, 15, 20, \ldots$

3. a) $a_n = n$ b) $a_n = n^2$
c) $a_n = \frac{1}{n}$ d) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$

4. a) $a_{100} = 302$ b) $a_n = \frac{201}{99}$
c) $a_n = \frac{1}{101}$

5. a) $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ b) $a_{n+1} = 2 \cdot a_n$
c) $a_{n+1} = a_n + 4$ d)
$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$

6. a) $a_n = 3n + 1$ b) $a_n = 2n - 1$
c) $a_n = 4n + 3$ d) $a_n = n + 2$

7. a) $a_n = 2^{n+1}$ b) $a_n = 3^{n-1}$
c) $a_n = 2^{5-n}$ d) $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

8. a) 4 b) 5

9. a) 5 b) 2

10. a) -99 b) -77

11. a) 5 b) 5

12. 81

13. 15100

14. 165150

15. 511

16. 16

17. 32

18. 1/32

19. 6945´75

20. 928´05

21. 112´55

22. $\frac{16}{7}, \frac{25}{7}, \frac{34}{7}, \frac{43}{7}, \frac{52}{7}, \frac{61}{7}$

23. 2, 4, 8

24. 3775

25. 16000

26. 11/9

27. $a_n = 2^n$

28. 60 y80

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. 104/97

2. $a_n = -1 - 3n$

3. $a_n = 2^{n-1}$

4. 1024

5. 16

6. 14950

7. 4096

8. 3477’82

9. 165150

10. 8191

No olvides enviar las actividades al tutor ▶

Solucions

AVALUACIONS INICIALS DE CURS

PROVA 1 AI-01

1. a) $\frac{7}{4} > \frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{4} > -\frac{3}{5}$ d) $-\frac{7}{4} < -\frac{3}{5}$

2. a) $\frac{49}{30}$ c) $\frac{7}{12}$ e) $\frac{9}{8}$
   b) $-\frac{1}{10}$ d) $-\frac{1}{6}$ f) $\frac{7}{30}$

3. a) $\frac{10}{9}$ c) $-\frac{83}{12}$ e) $\left(\frac{5}{4}\right)^2$
   b) $\frac{5}{12}$ d) $-\frac{3}{7}$ f) $\frac{19}{18}$

4. a) $\frac{173}{48}$ b) $\frac{401}{144}$ c) $-\frac{5801}{1680}$ d) $\frac{3263}{135}$

5. a) $\frac{63}{16}$ b) $-\frac{143}{45}$

6. a) $\frac{566}{90}$ b) $\frac{157}{25}$ c) $\frac{622}{990}$ d) $\frac{628}{9990}$

7. a) $9{,}9 \cdot 10^5$ b) 200 c) $1{,}2 \cdot 10^9$ d) $1{,}44 \cdot 10^6$

8. 91 200 €

9. Menors de 25 anys: $\frac{200}{741}$. Entre 25 i 40 anys: $\frac{72}{247}$.
   Entre 40 i 60: $\frac{105}{494}$. Més grans de 60 anys: $\frac{335}{1482}$.

10. A un quart i cinc de deu del matí.

11. 6 000 litres.

PROVA 2 AI-02

1.

Polinomi	Grau	Terme independent
$5x^8 + 5x^5 - 4x^2 - 1$	8	-1
$4x^3 - 5x^5 - 9x^8 + 3 - 7x^2$	8	$+3$
$\frac{4}{9}x^2 + \frac{5}{3}x^3 - \frac{7}{2}$	3	$-\frac{7}{2}$

2. a) $P(2) = 79$ b) $Q(-3) = -142$

3. a) $A(x) + B(x) + C(x) = 3x^6 + 3x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 9x + 18$
   b) $A(x) - C(x) = -3x^6 + 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 2x - 9$
   c) $B(x) - A(x) = -3x^4 + 2x^3 - 8x^2 - x - 5$
   d) $C(x) - [A(x) + B(x)] = -3x^4 - 6x^3 + x$

4. a) $48x^3 + 144x^2 + 72x + 30$
   b) $-12x^6 - 14x^5 + 13x^4 + 16x^3 - 7x^2 - 6x - 4$
   c) $12x^5 + 39x^4 - 58x^2 - 4x + 50$
   d) $Q(x) = x^3$; $R(x) = x$
   e) $Q(x) = 3x^3 - 2x^2 - 2x + 14$; $R(x) = -19x - 48$
   f) $125x^3 + 225x^2 + 135x + 27$
   g) $16x^4 + 16x^3 + 44x^2 + 20x + 25$

PROVA 3 AI-03

1. a) $x = -3$ e) $x = \pm 5, x = \pm 3$
   b) $x = -8$ f) $x = -1, y = 1$
   c) $x = 0, x = 2$ g) $x = 1, y = 2$
   d) $x = -2, x = 10$ h) $x = 0, y = -3$

2. El nombre és el 12.

3. 5 cm

4. 15 i 18, anys.

5. 150 pares i 250 alumnes.

6. 1,5 € i 1,2 €, respectivament.

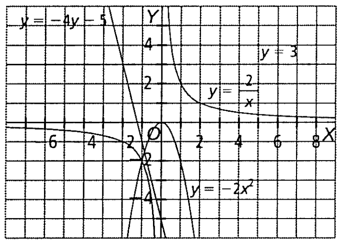
PROVA 4 AI-04

1. 28,3 m.

2. a) 6 cm c) 3,46 cm i 4,9 cm
   b) 2,8 cm d) 8,5 cm²

3. Domini: (−3, 5]. Recorregut: [−5, 4]. Interval de creixement:(−2, 0) ∪ (2, 4). Interval de decreixement: (−3, 2] ∪ [0, 2] ∪ [4, 5]. Màxim absolut: (4, 5). Màxim relatiu: (0, 4). Mínim absolut: (2, −6). Mínim relatiu: (−2, −5)

4.

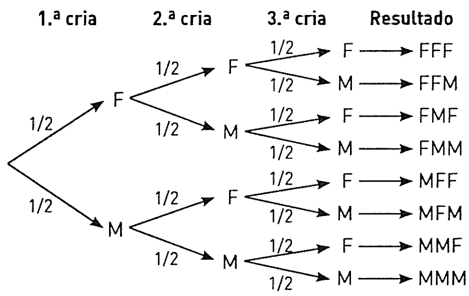


5.

x_i	n_i	N_i	h_i	H_i
Negre	33	33	$\frac{33}{100}$	$\frac{33}{100}$
Verd	27	60	$\frac{27}{100}$	$\frac{60}{100}$
Blau	12	72	$\frac{12}{100}$	$\frac{72}{100}$
Groc	13	85	$\frac{13}{100}$	$\frac{85}{100}$
Rosa	15	100	$\frac{15}{100}$	1

6. a) E = {B, B, B, B, B, V, V, V, G, G, G, G, G, G, G, T, T, T, T}
   b) A = {que sigui vermell}: elemental. B = {que no sigui groc}: compost. C = {que sigui marró}: elemental. D = {que no sigui verd}: compost.

7. a)



b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{8}$

AVALUACIONS FINALS D'UNITAT

Unitat 01. Nombres reals

TEST MATEMÀTIC — A-01-01

1. *a)* El conjunt dels nombres reals conté el dels nombres enters i el dels nombres racionals.
2. *d)* $(4, 10]$
3. *d)* -4
4. *d)* $\frac{1}{b^{\frac{1}{n}}} = b^{-n}$
5. *b)* $4\sqrt{5} - 8$
6. *b)* Si l'índex d'una arrel és parell i el radicand és negatiu, les solucions de l'arrel no pertanyen al conjunt dels nombres reals.
7. *d)* $\sqrt{75 : 27 \cdot a^{-2} \cdot b^2}$

AVALUACIÓ — A-01-02

1. *a)* $8 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ *c)* $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{13}{12}}$ *e)* $5^{-\frac{3}{28}}$
   b) $10 \cdot 5^{\frac{1}{2}} + 15$ *d)* $105^{\frac{1}{2}}$ *f)* $5^{\frac{2}{3}}$
2. *a)* $\sqrt{\frac{5}{7}}$ *b)* $\sqrt{\frac{6}{5}}$ *c)* $\frac{3\sqrt{2c}}{2ab^3}$
3. *a)* $\frac{3\sqrt{7}}{35}$ *b)* $\frac{5 + 5\sqrt[3]{3^2}}{3}$ *c)* $\frac{4\sqrt{10} + 16}{-12}$
4. *a)* $1{,}137 \cdot 10^6$ *b)* $2{,}4672 \cdot 10^{-1}$

Unitat 02. Polinomis

TEST MATEMÀTIC — A-02-01

1. *b)* El grau d'un polinomi és igual al grau més alt dels seus monomis.
2. *c)* 56
3. *a)* $3x^3 + 11x^2 + 19x + 27$
4. *d)* $a^3 + b^3 + 3a^2b + 3b^2a$
5. *a)* x^2
6. *c)* $3(x - 1)(x + 4)(x - 5)$
7. *d)* $\frac{2x}{x^2 - 1}$

AVALUACIÓ — A-02-02

1. *a)* $Q(x) = -x^2 - \frac{x}{2} - \frac{5}{x} - \frac{9}{4}$; $R(x) = \frac{3}{4}$
   b) $Q(b) = \frac{5b^3}{3} - \frac{19b^2}{9} + \frac{38b}{27} - \frac{31}{81}$
   $R(b) = -\frac{55b^2}{81} + \frac{173b}{27} - \frac{112}{81}$
2. *a)* $a^2 - 2a$ *b)* $\frac{x^3}{2} + \frac{5x^2}{3} + \frac{37x}{12} + \frac{55}{6}$
3. *a)* $(x + 2y)^2$ *b)* $(2a - 3b)^2$
4. *a)* $\frac{2x^2 + 8x + 5}{x^2 - 1}$ *b)* $\frac{(x + 3)(y - x)}{3(x^2 - 3)}$

Unitat 03. Equacions, inequacions i sistemes

TEST MATEMÀTIC — A-03-01

1. *c)* $-0{,}5$
2. *a)* Les solucions de les equacions són valors concrets, mentre que les solucions de les inequacions són intervals.
3. *d)* -1 i $0{,}5$
4. *b)* $\left[\frac{27}{17}, \infty\right)$
5. *a)* Incompatible.
6. *d)* Si en un sistema d'equacions lineals dividim totes les equacions per qualsevol nombre real diferent de 0, obtenim un sistema equivalent a l'original.
7. *c)* $(-4, 1)$
8. *c)* 5 dm i 6 dm

AVALUACIÓ — A-03-02

1. 2 i -3
2. $-\frac{1}{2}$ i -5
3. -6; 6; -1 i 1
4. 84 i 4
5. $x \geq -\frac{83}{11}$
6. $x = \frac{23}{7}$, $y = \frac{36}{17}$
7. $(-3, 3)$

Unitat 04. Semblança

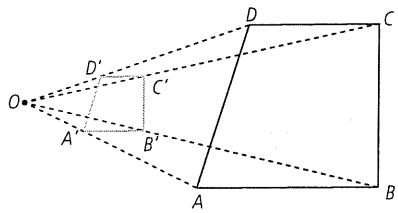
TEST MATEMÀTIC — A-04-01

1. *a)* i *b)*
2. *c)* La raó entre els volums de dos poliedres semblants és igual al quadrat de la raó de semblança.
3. *d)* 1,5
4. *b)* 2
5. *b)* Els dos triangles tenen els seus costats proporcionals.
6. *b)* Si volem dibuixar un segment de 5 m a escala1:100, hem de dibuixar un segment de 2 cm.

AVALUACIÓ — A-04-02

1. Són tots proporcionals, perquè es compleix que:
   a) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ *c)* $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$
   b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ *d)* $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$
2. 348 cm
3. $\frac{1}{2}$
4. $d(B, C) = 3{,}87$ m i $d(B, D) = 2{,}45$ m

5.



Unitat 05. Trigonometria

TEST MATEMÀTIC A-05-01

1. *c)* El cosinus d'un angle mai no pot ser més petit que −1.
2. *b)* i *c)*
3. *d)* $\frac{2}{\sqrt{5}}$
4. *a)* $\frac{2}{\sqrt{5}}$
5. *b)* $\frac{1}{\sqrt{10}}$
6. *d)* i *c)*

AVALUACIÓ A-05-02

1. $\sin\alpha = -\frac{3\sqrt{34}}{34}$ $\quad \cos\alpha = \frac{5\sqrt{34}}{34}$ $\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{5}$
2. $\frac{1}{\cos^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 1$
3. $\sin\alpha = -0{,}17$ $\quad \cos\alpha = -0{,}98$
4. *a)* −0,77 *b)* −0,64 *c)* −1,2 *d)* −0,77
5. 14,14 €

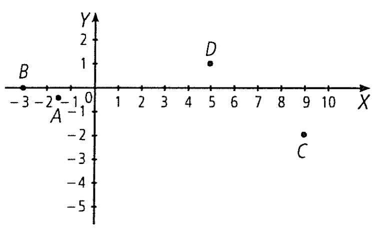
Unitat 06. Geometria analítica

TEST MATEMÀTIC A-06-01

1. *c)* $\sqrt{26}$
2. *d)* $\sqrt{13}$
3. *c)* $y = 2x + 1$
4. *d)* La recta d'equació $y = 3x + 1$ passa per l'origen de coordenades.
5. *b)* $y = mx - 3m + 2$
6. *c)* $-\frac{2}{5}$

AVALUACIÓ A-06-02

1.



2. *a)* (2, 2) *d)* 0
   b) (2, 5) *e)* −3
   c) (8, 2) *f)* −3

3. $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, 0\right) + k\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}k + \frac{3}{4} \\ y = k \end{cases}$$

$$\frac{x - \frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{y}{1}$$

$$y = -2x + 3$$

4. $y = 4x - 12$
5. $\sqrt{146}$

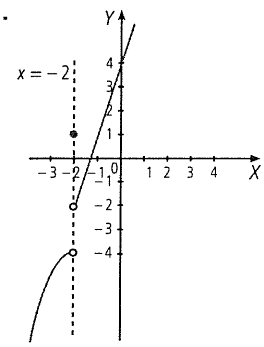
Unitat 07. Característiques globals de les funcions

TEST MATEMÀTIC A-07-01

1. *c)* (−1, 0) i $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
2. *d)* La funció té un mínim absolut.
3. *c)* $y = x^3$
4. *b)* Presenta una discontinuïtat de salt infinit en $x = -1$.
5. *b)* $y = x$
6. *b)* [0, 2]

AVALUACIÓ A-07-02

1.



2. *a)* $\frac{-1 + 4x}{2x}$
   b) $-x^2 + 4x - 4$
3. *a)* $\frac{7x - 10}{2}$
   b) $\frac{1}{x - 2}$
4. *a)* 2 500 espectadors.
   b) Al maig.
   c) A l'agost.
   d) L'audiència creix des del principi de l'any fins al mes de maig, quan comença a descendir fins al mes d'agost. A partir d'aquesta data s'observa un lleuger creixement fins al desembre.

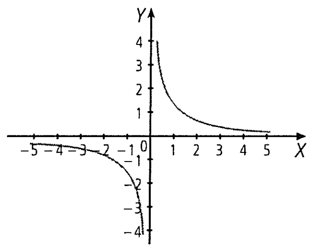
Unitat 08. Estudi d'algunes funcions

TEST MATEMÀTIC — A-08-01

1. *c)* $-\frac{3}{4}$
2. *d)* La funció passa pel punt (0, 1).
3. *c)* Té un màxim relatiu per a $x = 3$.
4. *b)* Sempre.

AVALUACIÓ — A-08-02

1. $x = 1{,}5$ i $V(1{,}5; -3{,}5)$
2. $9, \frac{1}{27}$ i $\frac{1}{3}$
3.



Unitat 09. Estadística

TEST MATEMÀTIC — A-09-01

1. *a)* $+\sqrt{5}$
2. *c)* Hi ha dependència funcional entre les dues variables.
3. *d)* El valor que es repeteix més.
4. *c)* Diagrames de sectors.
5. *a)* És el quocient entre la freqüència absoluta d'un valor i el nombre total de dades.
6. *a)* $\frac{S(x)}{\bar{x}}$

AVALUACIÓ — A-09-02

1. *a)*

Longitud	Marca de classe	Nre. d'espaguetis
[20-21)	20,5	30
[21-22)	21,5	25
[22-23)	22,5	28
[23-24)	23,5	7
[24-25)	24,5	10

   b) Mitjana: 21,9 cm
   c) Moda: 20,5 cm; mediana: 21,5 cm
   d) Desviació típica: 1,26 cm

2. El coeficient de correlació és 0,585.

Unitat 10. Probabilitat

TEST MATEMÀTIC — A-10-01

1. *b)* 5
2. *c)* $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
3. *a)* $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4. *a)* $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
5. *c)* 0,8
6. *b)* La probabilitat del succés contrari d'un succés donat és 0.

AVALUACIÓ — A-10-02

1. P (treure una copa) $= \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

   P (treure un rei) $= \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

   P (treure el sis d'espases) $= \frac{1}{40}$

2. P (treure dues copes) $= \frac{3}{52}$

   P (treure un rei i una sota) $= \frac{21}{195}$

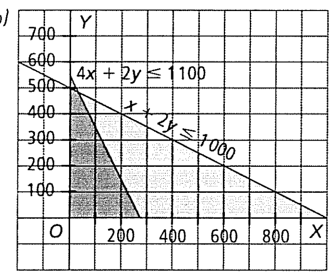
3. $\frac{3}{4}$
4. 0,35
5. 0,063

AVALUACIONS DE COMPETÈNCIES BÀSIQUES TRIMESTRALS

PROVA 1. PRIMER TRIMESTRE — AC-01

1. *a)* *a.2.* $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + 2y \leq 1\,000$; $4x + 2y \leq 1\,100$

   b)



2. *a)* $\frac{800}{x} + 40 = \frac{800}{x-1}$

   b) Resolent l'equació anterior, el nombre d'amics que formen el grup és 5.

3. $2x + x + 6x > 198$
   $2x + x + 6x < 210$

   b) *b.2.* $(22, \infty) \cap (-\infty, 24)$

   c) L'Andrea pot rebre entre 44 i 48 euros; la Berta entre 22 i 24 euros, i en Jordi, entre 132 i 144 euros.

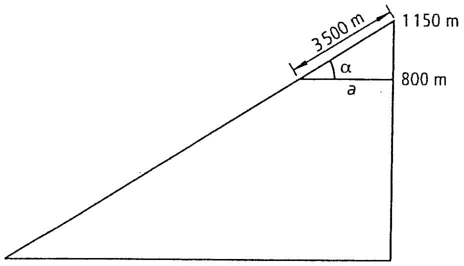
4. $\frac{420}{x} + 10 = \frac{420}{x-1} \Rightarrow (420 + 10x)(x-1) = 420x \Rightarrow$
$x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow x = 7$
Velocitat moto 1 = 60 km/h
Velocitat moto 2 = 70 km/h

5. *a)* a.3. $60 - x$
b) $0{,}8x + 0{,}4\,(70 - x) = 45 \Rightarrow 0{,}8x + 28 - 0{,}4x = 45 \Rightarrow$
$0{,}4x = 17 \Rightarrow x = 42{,}5$
El preu dels pantalons era de 42,5 euros, i el de la samarreta, de 17,5 euros.

6. 53 mm

PROVA 2. SEGON TRIMESTRE **AC-02**

1. *a)*



b) $\sin \alpha = \frac{1150 - 800}{3500} = 0{,}1 \Rightarrow \alpha = 5{,}74°$

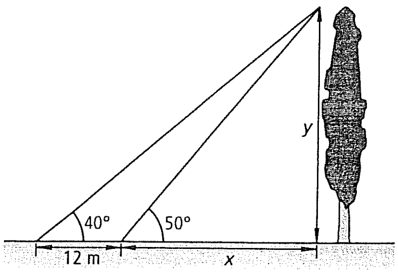
$\cos \alpha = \frac{a}{3500} \Rightarrow a = \cos 5{,}74° \cdot 3500 = 3482{,}45$ m

$\text{Pendent} = \frac{1150 - 800}{3482{,}45} = 0{,}10$

Aixi, el pendent és del 10 %.

2. *a)* El teorema del cosinus.
b) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$
$a = \sqrt{8^2 + 11^2 - 2 \cdot 11 \cdot 8 \cdot \cos 35°} = 18{,}54$ m

3. *a)*



$\text{tg } 50° = \frac{y}{x} \Rightarrow 1{,}19x = y$

$\text{tg } 40° = \frac{y}{12 + x} \Rightarrow 0{,}83\,(12 + x) = y$

$0{,}83\,(12 + x) = 1{,}19x \Rightarrow 9{,}96 + 0{,}83x = 1{,}19x \Rightarrow$
$9{,}96 = 0{,}36x \Rightarrow x = 27{,}66$ m

$y = 32{,}92$ m

Així, l'alçada de l'arbre és de 32,92 m.

4. *a)* El teorema del sinus.
b) $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{b \cdot \sin \hat{A}}{a} = \frac{7 \text{ km} \cdot \sin 30°}{5{,}27 \text{ km}} =$
$= 0{,}66 \Rightarrow \sin \hat{B} = 41{,}61°$
$C = 180° - (30° + 4{,}61°) = 108{,}39°$
La distància entre el poble mitjà i el poble gran és:
$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin \hat{C}}{\sin \hat{A}} = \frac{5{,}7 \text{ km} \cdot \sin 108{,}39°}{\sin 30°} =$
$= 10{,}0016$ km

5. *a)* $\text{tg } 52° = \frac{250}{c} \Rightarrow c = 195{,}32$ m
$h = \sqrt{(195{,}32)^2 + (250)^2} = 317{,}25$ m
Necessitaran 317,25 m de tanca.
b) $\text{Àrea} = \frac{1}{2} \cdot 250 \text{ m} \cdot 195{,}32 \text{ m} = 24\,415 \text{ m}^2$

6. *a)* Sí.
b) $\frac{CD}{AB} = \frac{6}{2} \Rightarrow CD = \frac{6 \cdot 1{,}65}{2} = 4{,}95$ m
L'alçada de l'arbre és de 4,95 m.

4. a) Exponencials. b) Tots els reals. c) No. d) Sí.
d) Sí. e) La funció exponencial

PROVES
DE
COMPETÈNCIES

Alumne/a | Data

PROVA 1. PRIMER TRIMESTRE

1. Llegeix l'article següent de diari i contesta les preguntes que es presenten a continuació.

Nombres de bona família

Jorge Wagensberg 28/01/2006

Acte primer. El pastor coneix totes les seves ovelles des del dia en què van néixer i ara, a l'hora de la revista, les reconeix pel seu aspecte, la manera de moure's i els gestos. Una per una. Com pot saber, si no, quantes se'n menja el llop? Identificar i recordar. Però la vida continua i el ramat ha crescut massa. Impossible identificar i recordar. Cal comptar! Sigui la família dels nombres naturals. *Els naturals compten i ordenen:* u, dos, tres...

Acte segon. Però la vida continua i amb els nombres naturals no n'hi ha prou quan, per exemple, es necessita comptar des d'una referència. És quan interessa marcar un punt de l'espai o un instant del temps, el quilòmetre d'un camí o l'any en què vivim. Amb comptar i ordenar ja no n'hi ha prou. Cal pactar des d'on i des de quan es compta. Sigui el nombre zero! El nostre calendari, per cert, no té any zero i d'aquí ve la confusió monumental que s'organitza cada cop que canviem de segle o de mil·lenni (l'últim mil·lenni va canviar la nit del 31 de desembre de 2000 a l'1 de gener de 2001, just un any després de la immensa majoria de les festes que celebraven al planeta la seva arribada). Sigui la família dels nombres cardinals, els naturals més el zero. *Els cardinals compten i ordenen a un costat d'una referència:* zero, u, dos, tres...

Acte tercer. Però la vida continua i amb els nombres cardinals no n'hi ha prou quan, per exemple, es necessita comptar a un costat i a l'altre d'una referència. L'ascensor té la seva referència a la planta baixa (que és per on els ciutadans accedeixen a l'edifici). Com indiquem els nivells subterranis? Com indiquem les temperatures per sota de zero graus? Com comptem quan devem més del que tenim? La història no comença on comença a comptar el nostre calendari! Cal comptar a l'altre costat de la referència! Sigui la família dels nombres enters, els cardinals més els naturals negatius. *Els enters compten i ordenen a un costat i a l'altre d'una referència:* ...menys tres, menys dos, menys u, zero, u, dos, tres...

Acte quart. Però la vida continua i amb els nombres enters no n'hi ha prou quan, per exemple, es tracta de repartir. Un repartiment, expressat amb un nombre enter, pot ser injust. Com podem repartir dues ovelles entre tres beneficiaris? Els enters tampoc no són suficients a l'hora de mesurar. Per mesurar es necessita comparar un tros de realitat amb una unitat patró (un metre, un segon, un quilo...). I poques vegades, en rigor mai, la mesura coincideix amb un nombre enter d'aquestes unitats. Com podem repartir regulant excessos i defectes? Com podem mesurar amb la finor desitjada? Entre dos enters consecutius hi caben infinits nombres. Però són nombres d'una altra família, cadascun dels quals es pot representar, al seu torn, com un parell ordenat de nombres enters (el seu quocient). Sigui la família dels nombres racionals. Els nombres racionals reparteixen i comparen: un mig, un terç, un quart, ... , dos terços...

http://www.elpais.com/

a) Quina és la idea principal que es presenta al text?

....

....

....

....

b) Per què s'organitza una confusió monumental cada vegada que canviem de segle o de mil·lenni?

....

....

....

....

c) Quina família de nombres ens permet expressar un repartiment?

....

....

....

....

Alumne/a	Data

2. Els nombres ens permeten comptar, ordenar, repartir... i fins i tot ens ajuden a prendre decisions. L'Andreu, els seus companys de 1r d'ESO i el seu tutor han decidit fer una excursió a la serra de Prades dissabte. El tutor els acompanyarà i els demana que organitzin tot el que té a veure amb el desplaçament i el dinar. Com que la majoria dels companys viuen a Montblanc han decidit que la sortida sigui des d'aquesta localitat. No obstant això, l'Andreu, la Llúcia i el Dídac viuen a Tarragona i s'han de desplaçar a Montblanc.

Des d'Internet s'han descarregat els horaris del tren que els portarà a Montblanc i dels autobusos que els portaran a Prades des de Montblanc.

Horaris de trens		
Hora de sortida de Tarragona	Hora d'arribada a Montblanc	Temps de viatge
07:00	08:06	1,06
07:02	07:41	0,39
07:16	07:55	0,39
07:28	08:33	1,05
07:32	08:11	0,39
07:47	08:26	0,39
07:59	09:05	1,06
08:02	08:40	0,38
08:16	08:55	0,39
08:28	09:33	1,05
08:47	09:26	0,39
08:57	10:00	1,06
09:16	09:55	0,39
09:27	10:35	0,39
09:47	10:26	1,05

Horaris d'autobusos		
Hora de sortida de Montblanc	Hora d'arribada a Prades	Temps de viatge
9:00	9:30	0,30
9:30	10:00	0,30
10:30	11:00	0,30

a) Tria la millor opció per arribar al més aviat possible a Prades. Quin tren hauran d'agafar l'Andreu i els seus companys?

....

....

b) A quina hora arribaran a Montblanc?

....

....

c) Quin autobús agafaran a Montblanc?

....

....

d) Quant temps durarà el viatge dels alumnes que han sortit des de Tarragona?

....

....

Alumne/a | Data

3. Entre tots han decidit confeccionar un menú molt senzill per al dinar a la serra de Prades. Cadascú es podrà menjar dos entrepans: un amb quatre llenques de pernil salat i un altre amb sis talls de fuet. A més, cadascú es podrà beure dos gots de refresc o aigua i de postres una peça de fruita. Han fet una llista amb el que cadascú vol i ho han recollit en la taula següent:

Menú	
Entrepà de pernil salat	32
Entrepà de fuet	32
Refresc	14
Aigua	18
Fruita	32

a) Tenint en compte que:

- Amb una barra es preparen 4 entrepans.
- Amb un quilo de pernil salat podem fer 40 llenques de 25 g cadascuna.
- Els gots per a l'aigua i el refresc tindran una capacitat de 25 cL.
- En un quilo de fruita hi solen entrar 4 peces.

Calcula la quantitat de cada producte que hauran de comprar l'Andreu i els seus companys.

b) Calcula el preu total de la compra dels productes si:

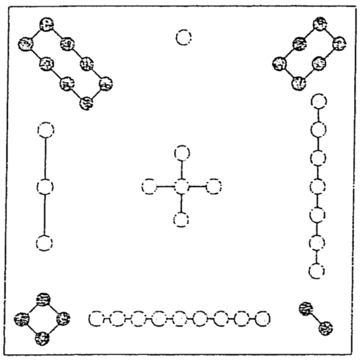
- Una barra costa 1 euro.
- El quilo de pernil salat costa 15 euros.
- El quilo de fuet costa 12 euros.
- Un litre de refresc costa 1 euro.
- Un litre d'aigua costa 50 cèntims.
- Dos quilos de pomes costen 3 euros.

Alumne/a	Data

4. Després de dinar i per descansar jugaran amb els quadrats màgics. El tutor els explicarà la història següent:

L'any 2200 a.C., conta una llegenda, l'emperador Yu va veure inscrites a la closca d'una tortuga a la vora del riu Groc unes marques peculiars, que va manar copiar immediatament en una tauleta de fang. Es va adonar que en sumar-les en horitzontal, vertical i diagonal sempre donaven el mateix nombre. Això és el que s'anomena quadrat màgic.

a) Fixa't bé en el que l'emperador va veure a la closca i construeix el quadrat màgic corresponent.



b) Series capaç de completar aquest quadrat màgic de nombres enters?

−4		4
	2	
0		

c) Construeix dos quadrats màgics més utilitzant els mateixos nombres.

d) Quina estratègia has utilitzat?

Alumne/a | Data

PROVA 2. SEGON TRIMESTRE

1. Aquest cap de setmana és l'aniversari de l'Anna, la meva cosina de Manresa. Fa 14 anys i la volem sorprendre. Tota la família hem decidit fer el viatge amb cotxe i la meva mare m'ha demanat que l'ajudi. Al cotxe em dóna el mapa de carreteres, hem d'anar des de Valls fins a Manresa. Pregunto a la meva mare a quina velocitat anirem i em contesta que a una velocitat mitjana de 100 km/h. Són les 10:00 i m'agradaria saber a quina hora hi arribarem.

   Cap de nosaltres sap quants quilòmetres hi ha entre les dues ciutats, però jo tinc el mapa i hi figura l'escala: 1:400000. Mesuro la distància entre les dues ciutats en el mapa amb el meu regle de viatge i hi ha 23 cm.

   a) Explica quina estratègia pots seguir per saber a quina hora arribarem a Manresa tenint el mapa de carreteres i un petit regle.

   b) Quants quilòmetres hi ha entre Valls i Manresa?

   c) A quina hora arribarem a Manresa?

Alumne/a | Data

2. Ja hem arribat a Manresa i entre tots els cosins volem comprar diversos regals. Ens n'anem a comprar-los per Manresa i parlem sobre què és el que li agradaria més o el que podria necessitar. Finalment, decidim comprar-li un llibre, una motxilla i dues entrades per a un concert.

   Quan arribem a la botiga on comprarem la motxilla i el llibre, llegim a l'aparador un cartell en el qual s'informa de descomptes importants. Tots els articles tenen el 10 % de descompte, però, a més, si tens el carnet jove et fan un 5 %.

   a) Tria la millor solució perquè els regals et costin menys.

   + És millor que primer facin el 10 % de descompte en cada article i després el 5 %.
   + És millor que primer facin el 5 % de descompte en cada article i després el 10 %.
   + Tant és que primer facin el 10 % i després el 5 % o a l'inrevés.

   b) Si el llibre costa 20 euros i la motxilla 50 euros, quant costaran aquests dos regals?

3. Només ens falten les entrades per al concert i costen 60 euros. Al diari hem llegit que si les compres directament a la taquilla t'apliquen un descompte del 25 % i si les compres a través d'Internet et fan el 15 % de descompte sobre el preu i després el 10 % sobre la quantitat resultant. On ens sortirà més barat?

Alumne/a | Data

4. Hem donat els regals a l'Anna. Que contenta s'ha posat! El llibre que li hem regalat és sobre la història de les Matemàtiques en còmic. L'Anna m'ha ensenyat una de les pàgines i m'ha demanat que l'ajudi a resoldre el problema que s'hi proposa.

   Un pare deixa una herència de 8 600 lliures als seus quatre fills. Segons el testament:

   - La part del gran ha de ser inferior en 100 lliures al doble de la part del segon.
   - La part del segon, inferior en 200 lliures al triple de la part del tercer.
   - I la part del tercer, inferior en 300 lliures al quàdruple de la part del més jove.

   a) Quin dels fills hi surt guanyant, en el repartiment?

   b) Quin hi surt perdent?

   c) Et sembla que és just?

   d) Com repartiries l'herència, tu?

5. L'últim regal de l'Anna l'hem amagat dins una capsa situada al centre del pati de casa seva, que és quadrangular. Ajuda l'Anna a trobar l'últim regal. Per fer-ho, respon:

   a) Com s'anomena el punt on es troba amagat el regal? Descriu com trobaries geomètricament aquest punt.

   b) Com trobaries geomètricament el punt exacte on hi ha amagat el regal?